

Matematički daroviti učenici u nastavi matematike

Bradić, Nikolina

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, University of Zagreb, Faculty of Humanities and Social Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Filozofski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:131:007651>

Rights / Prava: [In copyright](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2021-12-03**



Repository / Repozitorij:

[ODRAZ - open repository of the University of Zagreb Faculty of Humanities and Social Sciences](#)



Sveučilište u Zagrebu

Filozofski fakultet

Odsjek za pedagogiju

MATEMATIČKI DAROVITI UČENICI U NASTAVI MATEMATIKE

Diplomski rad

Nikolina Bradić

Mentor: dr. sc. Zoran Horvat

Zagreb, 2021.

Zahvale

Kažu da se trud i ustrajnost uvijek isplate, te da sve u životu dođe svome kraju. Tako i pisanje ovog rada. Iako je proces pisanja bio duži nego što sam očekivala, mogu reći da sam zaista mnogo toga sam naučila na tom putu, ne samo o temi nego i o životu. Sada znam, da ćemo malo toga tijekom života uspjeti sami, te da za to uvijek trebamo i imamo druge uza sebe!

Upravo radi toga, želim se prije svega zahvaliti mentoru dr. sc. Zoranu Horvatu. Na njegovoj strpljivosti i ustrajnosti, te marljivom i preciznom vođenju kako bi ovaj rad bio što bolji i što me uvijek znao poticao na nova i dublja promišljanja o temi.

Također se zahvaljujem svojim roditeljima i sestrama, koji su uvijek bili uz mene i imali riječi podrške i brige kako se ne bi osjećala sama i kako ne bi odustala od zadnje stepenice na ovom *akademsom putovanju*. I na kraju se želim zahvaliti svim osobama i prijateljicama iz Studentskog doma Harmica, koje su samo još jednom dokazale da „ako želiš stići brzo, idi sam. Ali ako želiš stići daleko, idi zajedno s drugima“. Od srca vam svima hvala!

Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Određenje darovitosti	2
2.1. Teorijski modeli darovitosti	3
2.2. Karakteristike svojstvene darovitoj djeci	7
2.2. Mitovi o darovitosti.....	9
3. Matematička darovitost	11
3.1. Matematika kao disciplina	12
3.2. Karakteristike matematički darovitih učenika.....	14
3.2.1. Emocionalne karakteristike matematički darovite djece.....	17
4. Identifikacija darovitih učenika.....	19
4.1. Etape u identifikaciji darovitih učenika.....	21
4.2. Instrumenti identifikacije	23
4.3. Identifikacija matematički darovitih učenika	24
5. Daroviti učenici u odgojno – obrazovnom sustavu	27
5.1. Ciljevi u obrazovanju darovitih učenika	28
5.2. Daroviti učenici i zakonodavni okviri odgojno – obrazovnog sustava	29
6. Metodika rada s matematički darovitim učenicima.....	32
6.1. Načela u nastavi matematike.....	33
6.2. Metode u nastavi matematike.....	36
6.3. Didaktički sustavi u nastavi matematike.....	40
6.4. Rad s matematički darovitim učenicima	43
6.4.1. Kompetencije učitelja i nastavnika za rad s matematički darovitim učenicima.....	50
6.4.2. Centri izvrsnosti – primjer Varaždinske županije	52
7. Zaključak.....	54
Literatura	56

Matematički daroviti učenici u nastavi

Sažetak

Matematika, osim što je znanstvena disciplina također je poznata kao jedan od glavnih i obaveznih predmeta u osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju. Upravo matematika mnogim će učenicima biti jedan od najtežih predmeta te će im usvajanje znanja iz matematike biti zahtjevno te često i veoma problematično. Ipak, neki učenici iskazuju posebnu naklonost i motivaciju prema učenju matematike. To mogu biti iznadprosječni učenici koji pokazuju interes za matematiku ali i matematički daroviti učenici. Ovim radom želi se osvijestiti važnost tematike matematički darovitih učenika u odgojno – obrazovnom procesu, počevši od pravovremene detekcije i pružanja podrške pa sve do izazova longitudinalnog praćenja kroz cjeloživotno obrazovanje.

U uvodnom dijelu rada polazi se od određenja darovitosti. Na temelju različitih teorijskih modela i kratkog prikaza karakteristika darovite djece, cilj je što jasnije opisati njihove specifičnosti i potrebe. Nadalje se pojašnjava na koji se način percipira matematička darovitost u stručnoj i znanstvenoj zajednici. Načinu rada s darovitim učenicima i karakteristikama matematički darovitih učenika prethodi opis matematike kao discipline, što omogućuje lakše shvaćanje posebnosti i potreba darovitih učenika u matematici.

Vrlo važan dio ovog rada jest poglavlje posvećeno identifikaciji darovitih učenika. Navode se određene etape kroz koje je potrebno proći, te instrumenti koji se koriste u detekciji darovitih učenika. Najopsežniji dio rada jest upravo onaj posvećen radu s darovitim učenicima. Ističu se ciljevi koji bi trebali biti prioritet u obrazovanju darovitih učenika te važnost uloge odgojno – obrazovnog sustava u radu s darovitim učenicima. Posebna pažnja pritom se pridaje metodici rada s matematički darovitim učenicima te didaktičkim sustavima usmjerenim na razvoj njihovih sposobnosti, način učenja i rješavanja problema. Sukladno tome, prikazuju se ključne kompetencije učitelja i nastavnika, kako bi mogli uspješno poučavati i surađivati s matematički darovitim učenicima.

Ključne riječi: matematički daroviti učenici, darovitost, identifikacija, rad s darovitim učenicima

Mathematically gifted students in teaching mathematics

Summary

Mathematics, in addition to be a scientific discipline, is also known as one of the main and compulsory subjects in primary and secondary school. Mathematics is often known as one of the most difficult subjects for many students, and the acquisition of knowledge in mathematics will be demanding and often troublesome. However, some students show a special affection and motivation for learning mathematics. These can be above – average students who show interest in mathematics but also mathematically gifted students. This paper aims to raise awareness of the importance of mathematically gifted students in the education, starting from early detection and support to longitudinal monitoring through lifelong learning.

The first part of the paper starts with definitions of giftedness. Based on various theoretical models and brief overview of the characteristics of gifted children, the goal is to describe their specifics and needs as clearly as possible. It further clarifies how mathematical giftedness is perceived in the professional and scientific community. The way of working with gifted students and characteristics of mathematically gifted students is preceded by a description of mathematics as a discipline, which makes it easier to understand the specifics and needs of gifted students in mathematics.

A very important part of this paper is the chapter dedicated to the identification of gifted students. Certain stages that need to be passed are listed, as well as the instruments that are used in the detection of gifted students. The most comprehensive part of the work is the one dedicated to working with gifted students. There are emphasized goals that should be a priority in education of gifted students and the importance of educational system in that. Special attention is dedicated to the methodology of working with mathematically gifted students and didactic system aimed at developing their abilities, the way of learning and problem solving. Accordingly, there are presented important key competencies for teachers, so that they can successfully teach and collaborate with mathematically gifted students.

Keywords: *mathematically gifted students, giftedness, identification, teaching gifted students*

1. Uvod

U pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju daroviti učenici opisuju se kao učenici koji posjeduju *spoj natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visoku razinu motivacije i visok stupanj kreativnosti* (NN broj 59/1990). Unutar razrednog odjela svaki učenik je pojedinac sa svojim mogućnostima, potrebama, kompetencijama i poteškoćama. Daroviti učenici su pojedinci koji će se najčešće isticati po svojim sposobnostima, motivaciji za rad i ponekad iznenađujućim stupnjem kreativnosti. Budući da se njihova brzina učenja, otkrivanja i usvajanja novih znanja razlikuje od one koju će imati njihovi vršnjaci, darovitim učenicima potreban je drugačiji pristup i poticaj. Upravo zbog toga pravovremena identifikacija darovitih učenika je izuzetno važna kako bi im se pružila kvalitetna podrška i poticaj za razvoj. Identifikacija darovitih učenika i njihovo praćenje razlikovati će se u osnovnim i srednjim školama. Specifičnosti potreba učenika u toku njihova školovanja zahtijevati će od učitelja i nastavnika razvoj različitih kompetencija kako bi mogli poticati razvoj djetetovih mogućnosti i potencijala tijekom cijelog školovanja.

Ključnu ulogu u otkrivanju darovitih učenika i njihovu praćenju, uz djetetovu obitelj, imaju učitelji i nastavnici. Od njih se očekuje da se kontinuirano usavršavaju i budu spremni pružiti kvalitetnu pomoć i podršku tijekom odgoja i obrazovanja darovitih učenika. Jedno od područja darovitosti je upravo matematička darovitost, koja je zbog svojih specifičnosti oduvijek imala posebno mjesto u odgoju i obrazovanju. Prije svega važno je razumjeti sve posebnosti matematike kao discipline te sagledati matematičku darovitost iz te perspektive. Koliko god bila popraćena istraživanjima, matematička darovitost, zapravo je jedno vrlo otvoreno i široko područje. Naime, iako je jedan od ciljeva u radu s darovitim učenicima pronaći njihova zajednička obilježja, u praksi ćemo često naići na odstupanja, jer će se učenici koji su identificirani kao matematički daroviti međusobno razlikovati u svojim individualnim karakteristikama.

Cilj ovog rada je prikazati specifičnosti darovitih učenika, njihove mogućnosti i vještine u području matematike, te razmotriti kako im pružiti adekvatnu odgojno – obrazovnu podršku kako bi ostvarili svoje potencijale. Ukoliko imaju adekvatnu podršku bližnjih, učitelja, nastavnika, stručnih suradnika i mentora te ako imaju osigurano okruženje gdje

moгу ostvariti svoje potencijale i sposobnosti, neki od njih bi s vremenom mogli postići rezultate od velike važnosti, kako za razvoj znanosti, istraživanja pa i društva općenito.

2. Određenje darovitosti

Iako je koncept darovitosti relativno dobro istražen i poznat, kako stručnoj i znanstvenoj zajednici te istraživačima i profesionalnim djelatnicima u praksi, pri njenom određenju još uvijek možemo naići na nedoumice o tome što je to točno darovitost. Teorije proizašle iz različitih istraživanja o darovitosti još uvijek se razvijaju, mijenjaju i doprinose shvaćanju darovitosti i svemu što ono podrazumijeva u praksi. Od samog početka potrebno je istaknuti kako je u kontekstu područja darovitosti svaka osoba jedinstvena i neponovljiva a to znači s posebnim karakteristikama, mogućnostima i sposobnostima. Također, važno je znati da su i u prepoznavanju darovitih učenika moguće pogreške etiketiranja i smještanja učenika u već predodređene grupe, uz pogrešnu pretpostavku da svi imaju jednake potrebe te će da im svima biti potrebna jednaka podrška i pomoć.

Iščitavanjem literature možemo pronaći razne definicije darovitosti. Neke od njih se opredjeljuju za darovitost u smislu kreativnosti, radoznalosti, socioemocionalnih sposobnosti (Gagne 1985, prema Cvetković – Lay, 2010), dok druge ističu važnost rezultata testova inteligencije, odnosno visoki kvocijent inteligencije (Cvetković Lay, 2010). Marland (1971), ne jedan općenitiji način kaže da su darovita djeca ona koja zbog svojih iznimnih sposobnosti mogu očekivati visoka postignuća, uz pravovremenu identifikaciju stručnjaka. Ta djeca pokazivati će potencijal u nekom od ovih područja:

- Specifične akademske sposobnosti
- Kreativne sposobnosti
- Sposobnosti vođenja i rukovođenja
- Umjetničke sposobnosti
- Psihomotorne sposobnosti

Prema pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitost je određena kao „spoj triju osnovnih skupina, osobina: natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, motivacije i visokog stupnja kreativnosti, a prema sposobnostima područja darovitosti su: opće intelektualne sposobnosti, stvaralačke (kreativne) sposobnosti, sposobnosti za pojedina umjetnička područja te psihomotorne sposobnosti" (NN broj 59/1990). Ove i

slične definicije rezultat su višegodišnjih istraživanja te procjene rada i potreba darovite djece u kontekstu nastave ali i u različitim životnim situacijama, dok se više detalja o samoj darovitosti i njezinom određenju, može razaznati kroz analizu različitih teorijskih modela darovitosti.

2.1. Teorijski modeli darovitosti

Osnovu mnogih modela i teorija o darovitosti, o kojima će kasnije biti nešto više riječi, možemo pronaći još u Gardnerovoj teoriji o višestrukoj inteligenciji iz osamdesetih godina 20. stoljeća. Za Gardnera inteligencija je sposobnost rješavanja problema koji su cijenjani u jednom ili u više kulturnih okruženja (Posavec, 2010). Izvorno Gardner definira sedam ključnih inteligencija: lingvistička, logičko - matematička, tjelesno - kinestetička, prostorna, glazbena, interpersonalna, intrapersonalna i prirodna. Bazirajući se na ovom stajalištu i znanjima o inteligenciji, razvijaju se teorije i modeli koji nam koriste u pronalaženju odgovora na pitanje kako identificirati darovitu djecu te na koji način konkretizirati i usmjeriti rad s darovitima.

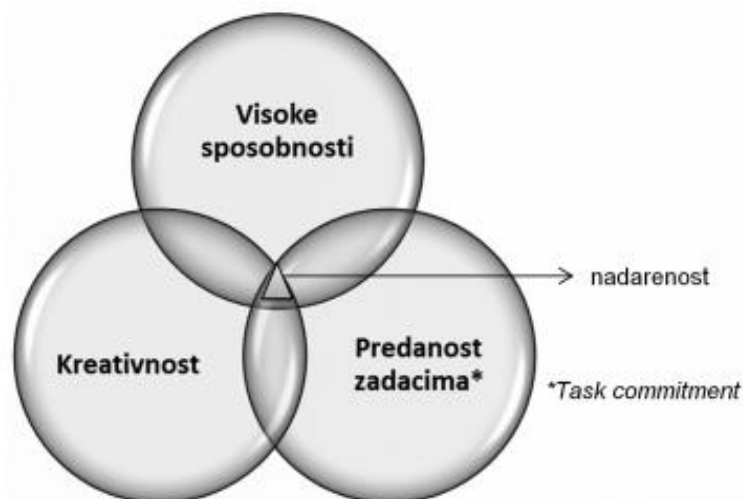
Modeli darovitosti mogu se podijeliti u 3 grupe, s obzirom na koja se područja fokusiraju: modeli koji se bave uspjehom i postignućima, darovitost kao sociokulturni model i kognitivni modeli.

a) Modeli uspjeha i postignuća:

Troprstenasti model - Renzulli (1978)

Renzulli (1986), kao jedan od pionira u području darovitosti, razvio je teoriju čija se struktura formira od tri spojena prstena. Ti prsteni označavaju tri karakteristike ili značajke koje određuju darovitost kod djece. Te značajke po Renzulliju su slijedeće:

- iznadprosječna opća sposobnost (Above average ability)
- visoka razina predanosti zadatku (Task comitment)
- visok stupanj kreativnosti (Creativity)



Slika 1. Troprstenasti model razvoja darovitosti (J. S. Renzulli, 1978)

Renzulli je jedan od prvih stručnjaka koji je uvidio da visoko razvijene sposobnosti (iznadprosječan IQ) nisu jedina dimenzija koja se ističe kod darovitih osoba. Specifičnost njegovog modela upravo je u „prstenu“ koji ujedinjuje; predanost zadacima, odnosno „task commitment“, kreativnost i visoke sposobnosti. Renzulli smatra da ukoliko se u izvršavanju zadatka ne uočava ustrajnost i predanost zadatku, zapravo ne postoji niti stvarni interes te se bez njega visoke sposobnosti ne mogu ni očitovati. Ovakvo određenje pomaže u distinkciji između talenta, interesa ili kratkoročnog zanimanja za određeni predmet ili područje. Učenik koji je izvrstan i ostvaruje iznadprosječne rezultate iz matematike, ali samo u jednom djelu nastavnih sadržaja ili samo kada za to ima vremena i vanjski poticaj, najčešće neće postati daroviti učenik. Također ako taj isti učenik u rješavanju zadataka ne koristi nove načine i metode rješavanja nego one već naučene i dane izvana, neće pokazati i razviti dimenziju kreativnosti u pronalaženju rješenja, koja je karakteristična darovitim učenicima.

Troprstenasti model od velike je koristi kako u razvijanju novih teorija tako i konkretno u praksi. Kada se radi o identifikaciji darovitih učenika, zahvaljujući jasnom i praktičnom određenju karakteristika darovite djece, učiteljima i stručnoj službi koja slijedi naputke Renzullijevog modela biti će lakše detektirati potencijalno darovite učenike te kasnije potvrditi pripadaju li oni zaista toj skupini.

Mnogi stručnjaci smatraju Renzullijev model kao jedan od najboljih i najpreciznijih kada se radi o identifikaciji darovite djece. Ipak, Mönks (1989, prema Koren, 2013) dodaje društvenu dimenziju Renzullijevom prstenu jer smatra da, s obzirom da smo

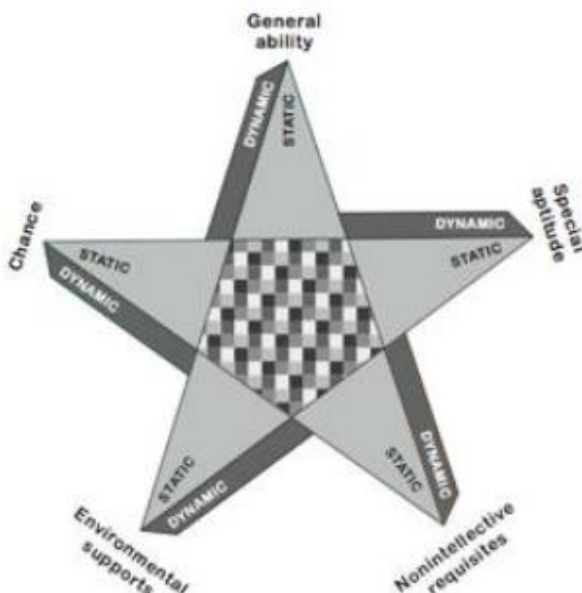
društvena bića, ne možemo zanemariti socijalnu okolinu u kojoj se osoba, odnosno učenik nalazi. Upravo taj socijalni aspekt darovitosti je središnji i glavni aspekt kada darovitost gledamo iz sociokulturne perspektive.

b) Darovitost kao sociokulturni model

„Teorija zvijezde” - Tannenbaum (1983)

Navedena teorija povezuje sposobnost i uspjeh djeteta, na način da se posebno promatra njegova osobnost i okolina (na prvom mjestu obitelj i škola) kao važan čimbenik koji će utjecati na odluke koje donosimo o radu s darovitom djecom. Prema Tannenbaumu darovitost se ostvaruje kroz pet internih i eksternih karakteristika čijim se preklapanjem formira oblik zvijezde. Promatrane karakteristike, koje se uzimaju u obzir pri identifikaciji i donošenju odluka su sljedeće:

1. Opća sposobnost (General ability)
2. Posebne sposobnosti (Special aptitude)
3. Ne-intelektualne osobine (Nonintellective requisites)
4. Potpora okoline (Environmental supports)
5. Utjecaj slučajnosti/sreće (Chance factors)



Slika 2. Model zvijezde (Gross, 2003)

Tannenbaumova teorija zvijezde obuhvatnije prikazuje razvoj znanja, sposobnosti i vještina. Kao novu komponentu uvodi *šansu* (chance), odnosno utjecaj slučajnosti koji

je potrebno sagledati pri identifikaciji i određenju darovitosti. Tannenbaum smatra kako kreativnost nije pokazatelj darovitosti te učenik ne treba biti kreativan, a kao važniji aspekt ističe stručnost u traženju rješenja izloženih problema. Jedan od razloga mogao bi biti problem nemogućnosti mjerenja i točnog određenja kreativnosti. Što je a što nije kreativno, generalno postoje nesuglasice i prevladavaju podijeljena mišljenja. Gledajući ovako na kreativnost, od učenika se ne očekuje da pronalazi nove metode ili nova rješenja, već koristi unaprijed predložene načine rada i mogućnosti i to upravo onako kako mu je rečeno. Iako je Tannenbaum razradio teoriju darovitosti uključujući važan čimbenik kao što je okolina i društvo, ne treba zanemariti kreativnost kao važnu komponentu u identifikaciji i radu s darovitom djecom. S druge strane, moguće je da se kreativnost smatra kao samo još jedna sposobnost unutar općih i posebnih sposobnosti koje Tannenbaum navodi kao ključne. Ipak, potrebno je smatrati ju zasebnom komponentom i pridati joj veću važnost budući da je upravo kreativnost darovitih učenika kao „more bez obale“ i uvijek otvara nova vrata te pronalazi nova i bolja rješenja i spoznaje kada to najmanje očekujemo. U području matematičke darovitosti još ne postoje jasne definicije koje određuju matematičku kreativnost u kontekstu darovitosti. Još uvijek se nije došlo do univerzalnog dogovora oko toga koliko je mogućnost inovacije ili kreativnosti u matematici urođena ili naučena, ali istraživači i praktičari u području obrazovanja i dalje doprinose novim znanjima i činjenicama (Singer, Sheffield i Leikin, 2017). Ipak, važno je da tijekom učenikova obrazovanja, učitelji i nastavnici potiču učenike na razvoj kreativnog i divergentnog mišljenja.

c) Darovitost kao spoznajna komponenta

Trojna teorija inteligencije, Sternberg (1986)

Sternberg (Čudina-Obradović, 1990) razlikuje tri tipa inteligencije:

- 1) Kompenacijalni; konvergentno i analitičko razmišljanje
- 2) Iskustveni; kreativno mišljenje
- 3) Situacijski; kontekstualna, praktična inteligencija

Kod darovite djece sva tri tipa inteligencije znatnije su razvijena nego kod njihovih vršnjaka. Kompenacijalni tip inteligencije ili analitička darovitost, karakterizira se kao kritično mišljenje. Procjenjuje se testovima inteligencije te ga je najjednostavnije za procijeniti. Iskustvena odnosno kreativna darovitost najteža je za detektirati i procijeniti

budući da ne postoje testovi kojima se pouzdano mjere ove osobine. Međutim, ova je karakteristika od velike važnosti za pronalaženje novih rješenja i kreiranje novih ideja. Situacijska ili praktična darovitost ujedinjuje prva dva tipa inteligencije te omogućuje njihovo korištenje u svakodnevnim situacijama kroz tri procesa: adaptacija, oblikovanje i selekcija okoline (Čudina-Obradović, 1990).

2.2 Karakteristike svojstvene darovitoj djeci

Iako darovita djeca čine homogeniju skupinu u populaciji učenika školske dobi, oni ipak formiraju relativno heterogenu grupu te ćemo se u praksi susresti s mnogo različitosti i posebnosti pri odgovaranju na njihove individualne potrebe. Ipak, postoje određene karakteristike koje će većini darovite djece biti zajedničke i po kojima će se oni najčešće istaknuti. Strugar (1988), predlaže jednu od mogućih kategorizacija bazirajući se na Renzullijevoj teoriji triju prstenova. Karakteristike su sistematizirane u četiri područja i za svako se navode konkretna obilježja i specifičnosti koje se mogu opaziti.

- *Karakteristike učenja*
 - Ima mnoga znanja i informacija iz različitih područja
 - Govori izražajno, tečno i jezgrovito
 - Dobro opaža i razumije složene stvari i pojave
 - Čita knjige namijenjene starijoj dobi
- *Karakteristike stvaralaštva*
 - Stvara veliki broj ideja i rješenja za postavljene probleme
 - Pokazuje smisao za humor i satiru
 - Nije konformist niti individualist, ne boji se biti drugačiji od drugih
- *Motivacijske karakteristike*
 - Istinski se predaje preferiranom zadatku
 - Nezadovoljan je rutinskim poslovima u kojima nedostaje inovativnosti
 - U svojim uvjerenjima je nepopustljiv, odlučan, ustrajan
 - Postavlja si visoke razvojne ciljeve
- *Socijalne karakteristike*
 - Dobro surađuje s djecom svoje dobi kao i s odraslima
 - Nema potrebu činiti sve što i većina
 - Preuzima dužnosti i njima pripadajuće odgovornosti
 - Veoma je pouzdan u poslovima planiranja i organiziranja

Još jedan od aspekata koji trebamo imati na umu kada govorimo o karakteristikama darovite djece je njihov socioemocionalni razvoj. Nerijetko su prisutna mišljenja kako su darovita djeca socijalno neprilagođena te kako zbog toga zahtijevaju poseban tretman u društvu. To vjerovanje duguje se upravo njihovoj zrelosti, po kojoj će se i razlikovati od svojih vršnjaka (Robinson, 2008), a uzrokovana je većom intelektualnom razvijenosti te se zbog toga često ne uklapaju u društveno okruženje koje im pripada. Ista autorica tvrdi kako činjenica da se od njih očekuje više, samo dodatno otežava taj proces uklapanja te da će upravo zbog toga biti nazivani “drugacijima”. Na tom tragu nalazimo i mišljenje Gallaghera (2008), koji ističe introvertiranost, perfekcionizam, osjetljivost i izuzetnu darovitost kao četiri specifična čimbenika koji mogu utjecati na socijalnu komponentu darovite djece. Socijalna komponenta ovisiti će i o kvocijentu inteligencije svakog pojedinca. Prema kvocijentu inteligencije određene su različite kategorije darovitosti. Kada je IQ malo manji ili jednak 130 tada je osoba darovita, kada je 145 onda ju nazivamo jako darovita. Ukoliko je nečiji IQ 160 onda je to iznimna darovitost, dok je kod istinske darovitosti IQ 170 i više. Istinska darovitost, na koju se posebno osvrće Hollingworth (1926), može dovesti do nerazumijevanja između darovitog djeteta i njegovih vršnjaka te naposljetku do nepremostivih nesporazuma i izolacije. Takvi nesporazumi i nerazumijevanje mogu se riješiti postupnim razvijanjem karaktera i sazrijevanjem darovite osobe.

Taj proces sazrijevanja je dugotrajan i zahtjevan kako za roditelje tako i za učitelje i nastavnike koji ih prate u tom procesu. S druge strane, može doći do zanemarivanja ovih razlika i potreba, jer one često nisu toliko vidljive kao možda neke druge karakteristike darovite djece. No ipak, praćenjem svakog učenika, obitelji, pedagozi, psiholozi i učitelji mogu spaziti upravo nesrazmjer između djetetova emocionalnog i intelektualnog razvoja. Upravo radi uočavanja ovog nesrazmjera važna je stalna suradnja između obitelji i škole, jer roditelji najčešće nemaju dovoljno objektivnosti u odnosu sa svojom djecom, a učitelji i nastavnici će uz roditeljevu pomoć imati cjelovitiju sliku o djetetu i njegovu razvoju. Budući da su u kognitivnim aspektima zreliji i napredniji od većine vršnjaka moguće je očekivati da je i njihov emocionalni razvoj na istoj razini. Međutim, najčešće to nije slučaj te će daroviti učenici, a naročito oni koji preskoče razred ili krenu ranije u školu, kasnije češće imati probleme, odnosno osjećati će nezadovoljstvo u emocionalnom dijelu ličnosti što je

rezultat razvijenosti u kognitivnom aspektu i nesrazmjera kognitivnog i emocionalnog razvoja. Upravo radi toga, važno je ne zaboraviti da svaka osoba sazrijeva svojim ritmom i brzinom te kako u radu s darovitim učenicima treba uvažavati njihov emocionalni razvoj, kao i sve druge čimbenike poput okoline, obitelji i društva koji utječu na razvoj djeteta kao cjelovite osobe za vrijeme formalnog obrazovanja, ali i kroz cijeli život.

2.2. *Mitovi o darovitosti*

Kao što je već na samom početku rada istaknuto, koncept darovitosti još je uvijek relativno slabo istražen, te je u školskoj praksi nedovoljno prepoznat i zastupljen. U kontekstu učenika s posebnim potrebama, posljednjih se petnaest godina sve veća pažnja pridaje radu s djecom s teškoćama u razvoju, no ipak, daroviti učenici tu još uvijek nisu pronašli svoje mjesto. Naime, nerijetko im se u odgojno – obrazovnim ustanovama ne pridaje toliko pažnje, a uz to su i među odgojno-obrazovnim djelatnicima često zastupljeni mitovi o darovitosti.

Mnogi mitovi su proizašli iz manjka informacija ili slijeđenja tradicije i navika, odnosno iz nedostatka kritičkog osvrta na prethodna vjerovanja i zaključke. U području matematičke darovitosti također su zastupljeni razni mitovi, a zbog specifičnosti matematike lako se stvaraju uvjerenja od strane učitelja ali i u društvu općenito o matematički darovitim učenicima i njihovim karakterističnim sposobnostima te pripadajućim uvjerenjima.

Iako postoje različiti mitovi o darovitosti, neki od poznatijih i važnijih za razumijevanje same problematike su (Tourón y Reyero, 2000):

- I. *Darovitost je u potpunosti urođena*: opasnost od determiniranja darovitosti kao isključivo predodređenih sposobnosti uvjetovanih genetikom (što bi značilo da se na drugi način ne može razviti sposobnost koja već nije urođena) ili s druge strane kao isključivog rezultata okoline (u slučaju da nismo rođeni s određenom sposobnosti ne možemo ju niti razviti).

- II. *Darovita djeca su iznadprosječna u svim akademskim područjima:* stvaranje nerealnih i nepotrebnih očekivanja od učenika da budu odlični, u svim predmetima i školskim disciplinama. Ono može uzrokovati frustraciju i neuspjeh kod darovite djece, jer im se pristupa bez pokušaja shvaćanja svakog pojedinca, njegovih mogućnosti i potreba.
- III. *Darovita djeca dolaze od "motiviranih" roditelja:* niti su motivirani roditelji ključni za razvoj darovite djece niti to uistinu može pomoći njihovom razvoju. Upravo suprotno, ukoliko im se postavljaju prevelika očekivanja bez razumijevanja i pružanja potpore, njihova djeca češće će završiti frustrirana ili nesretna.
- IV. *Darovita djeca će se razviti u značajne i kreativne odrasle ljude:* ovaj stav značio bi etiketiranje, stvaranje predrasuda o željenim rezultatima te svrstavanje u već predodređene grupe. Naprotiv, trebali bi ostaviti otvoren put za svakog pojedinca, tražiti ono što je najbolje za svakoga i očekivati da će svatko dati najbolje od sebe.
- V. *Sva djeca su darovita, i zbog toga nema razloga stvarati razlike i odnositi se samo prema nekima na poseban način:* negirajući posebne potrebe koje mogu imati darovita djeca, negirajući njihov potencijal i mogućnost da ostvare više rezultata u manje vremena ili samo ono što određuje kurikulum, ograničavamo njihov razvoj. Štoviše, takav stav može imati nepoželjne i negativne posljedice.

Mnogi od navedenih karakterističnih mitova još su uvijek značajno zastupljeni u društvu te možemo zaključiti da svaki od njih implicira različitu problematiku odnosa u radu s darovitom djecom.

Jedan od važnijih aspekata u razumijevanju koncepta darovitosti, jest longitudinalno praćenje darovitih učenika. Naime, lako se događa da učenici koji su u osnovnoj školi bili izvrsni, pa čak i natjecatelji ili izuzetno daroviti u određenom području, u srednjoj školi u potpunosti izgube interes za daljnji razvoj svojih kapaciteta i usvajanje novih znanja. U istraživanju iz 2005. godine, gdje su ispitani stavovi i uvjerenja o matematici učenika viših razreda osnovnih škola i gimnazija (Arambašić, Vlahović-Štetić i Severinac, 2005; Pavlin-Bernardić, Vlahović-Štetić, Rovin i Arambašić, 2009)

pokazalo se da su učenici 5. razreda imali blago pozitivnije stavove prema matematici, dok su stavovi učenika viših razreda osnovne škole i gimnazijalaca bili neutralni. Također, učenici ne smatraju da su matematičke sposobnosti urođene te se ne slažu s mišljenjem da je matematika više muška nego ženska domena. Prema istom istraživanju, interes i zanimanje za matematiku često počinje padati već u višim razredima osnovne škole a nastavlja se i u srednjoj školi. Razlog tome mogu biti različiti izazovi koje predstavlja srednja škola i njezin visok stupanj zahtjevnosti u vrlo različitim i razvijenim disciplinama (očekuje se veliki napredak i usvajanje velike količine znanja u većem broju društvenih i prirodnih predmeta). Također, srednja škola posebno je razdoblje u životu mlade osobe te zbog različitih karakteristika adolescenata ponekad oni ne mogu ili ne žele usuglasiti svoje kapacitete i ambicije prema učenju te se njihov potencijal počinje gubiti. Upravo radi toga, važno je ne samo otkriti darovite učenike nego i posvetiti se njihovom rastu i razvoju kroz sve školske etape. Kroz praksu se pokazuje kako je srednjoškolsko obrazovanje jedno od ključnih razdoblja i svojevrsna prekretnica u školovanju darovitih učenika. Radi toga ih je potrebno potaknuti da uz otkrivanje sebe kao osobe i dalje mogu imati iste interese i iskoristiti potencijale i kapacitete koje imaju.

3. Matematička darovitost

Sposobnost općenito možemo definirati kao određenu mogućnost za djelovanje u nekom području, ona može biti prirodna ili zadobivena vještina ili talent. Prema tome, matematičke sposobnosti su mogućnosti rješavanja matematičkih zadataka i efikasnog korištenja matematičkog znanja u različitim situacijama. Ove sposobnosti i vještine mogu se ograničiti samo na ispunjavanje školskih zadataka predodređenih kurikulumom ili s druge strane, možemo smatrati te sposobnosti potencijalom za svladavanje novih ideja i vještina, te rješavanje nerutinskih i nepredviđenih zadataka (Koshy, Ernest y Casey, 2009). Upravo zbog toga daroviti učenici često će svoje visoke sposobnosti i darovitost pokazati u području matematike te srodnih tehničkih i prirodnih područja. Zbog svoje logičke strukture i načina razmišljanja kojima se služi, matematika privlači darovitu djecu već tijekom prvih godina života i obrazovanja (Elezović, 2005). Tijekom njihovog školovanja ti interesi i sposobnosti mogu se razvijati i dalje od onoga što je propisano i predodređeno kurikulumom. Zbog njezinih specifičnosti potrebno je pobliže

objasniti i matematiku kao disciplinu te sagledati matematičku darovitost iz te perspektive.

3.1. Matematika kao disciplina

Matematiku možemo najjednostavnije definirati kao znanost o veličinama, brojevima, oblicima, prostoru i njihovim međusobnim odnosima (Varošanec, 2010). Matematika uključuje baratanje informacijama (razmjешtanje, analiza), stvaranje pretpostavki i predviđanje ishoda situacije te rješavanje postavljenih problema upotrebom konciznog i preciznog „matematičkog jezika“ (Varošanec, 2010). Dr. Colin Sparrow u svojoj se definiciji matematike ne ograničava samo na određeni skup vještina, znanja, sposobnosti, nego ističe kako „Matematika nije tek skup vještina – ona je način razmišljanja. Nalazi se u srcu razumijevanja u znanosti, te racionalnog i logičkog argumentiranja“ (Sparrow, 2002, str. 3). U najopćenitijem obliku matematika se može odrediti kao znanost o obrascima (Devlin, 2008). Pri čemu se obrascem smatraju sve pravilnosti ili uzorci u svom općenitom obliku koje nalazimo u brojevima, prostoru, prirodi, računalima, kao i u svim drugim objektima čija se svojstva mogu analizirati ili kvantificirati prema nekim logičkim principima (Horvat, 2019). Prema tome, korištenje matematičkih znanja i koncepata podrazumijeva procese kao što su: manipuliranje informacijama, predviđanje ishoda, stvaranje pretpostavki i rješavanje postavljenih problema, izvođenje analogija i apstrakcija te druge operacije koje se izvode induktivnim i deduktivnim zaključivanjem.

Matematika kao disciplina se razvila iz potrebe za računanjem, mjerenjem i sustavnim poučavanjem oblika i gibanja objekata iz fizičkog svijeta kroz apstrakciju i logičko zaključivanje. Temeljni matematički koncepti i discipline su *količina* (aritmetika), *struktura* (apstraktna algebra i strukture), *prostor* (geometrija) i *promjena* (diferencijalni i integralni računi funkcija, diferencijalne jednadžbe, dinamički sustavi...). Dok su neka od istaknutijih područja matematike (Varošanec, 2010):

- osnove matematike i filozofija
- diskretna matematika (matematika digitalnog svijeta)
- primijenjena matematika (matematička fizika, numerička analiza, statistika, financijska matematika, teorija igara, metodika nastave matematike...)

Matematika nije značajna samo kao izolirana i samostalna znanost te se zahvaljujući razvitku discipline danas ona primjenjuje u mnogim područjima; prirodne znanosti, tehnologija, medicina, tehničke znanosti, društvene znanosti (ekonomija, sociologija, psihologija i pedagogija) pa čak i humanističke znanosti (književnost, povijest, filozofija, antropologija itd.).

S matematikom i njezinom primjenom susrećemo se u različitim situacijama i kontekstima, te je ona sastavni dio prvih životnih spoznaja. Roditelji i bližnji uče djecu brojati, spajati iste geometrijske oblike i slično. Djeca već od najranije dobi istražuju svijet kroz igru te na taj način uče i usvajaju nova znanja. Veliki dio novih spoznaja djeca će otkriti samostalno upravo zahvaljujući svojoj radoznalosti i kreativnosti, u čemu naravno važnu ulogu imaju roditelji i obitelj. Na njima je da stvore poticajno i kvalitetno okruženje u kojem će se dijete moći što bolje razvijati. Sva ta iskustva pripremaju djecu za učenje i usvajanje znanja iz matematike u osnovnoj i srednjoj školi. Iako nismo uvijek toga svjesni, matematiku koristimo u mnogim svakodnevnim aktivnostima, a kao školski predmet prati nas od početka do kraja osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja i to kao jedan od glavnih i obaveznih predmeta. Nadovezujući se na citat dr. Sparrowa, možemo zaključiti da se poučavanje matematike ne može ograničiti samo na usvajanje vještina već i na prisvajanje određenog načina razmišljanja kako bi poučili učenike kako razmišljati na „matematički način“. Upravo zbog toga, nastava matematike mnogima može biti problematična i zahtjevna, te ukoliko ne uspiju svladati matematički način razmišljanja mogli bi se suočiti s nepremostivim preprekama u rješavanju matematičkih zadataka i usvajanju novih znanja. S druge strane, upravo taj matematički „način razmišljanja“ je karakterističan matematički darovitim učenicima radi čega će lakše usvajati znanja i rješavati matematičke probleme. U idućem poglavlju biti će više riječi o njihovim specifičnim karakteristikama.

3.2. Karakteristike matematički darovitih učenika

Iako je svako dijete posebno i posjeduje individualne karakteristike ipak postoje neka zajednička obilježja koja se mogu uočiti kod matematički darovite djece. U djetinjstvu, odnosno dječjoj dobi te specifičnosti uočavati će se kao (Čudina – Obradović, 1991):

- Interes za brojanje, mjerenje i slaganje predmeta
- Lako baratanje numeričkim operacijama
- Interes i razumijevanje za pojmove vezane uz vrijeme i novac
- Razumijevanje i pamćenje matematičkih simbola
- Interes ili naročita vještina u klasificiranju predmeta
- Dugotrajna pažnja za sve što je vezano za prirodu ili tehniku
- Razumijevanje i interes za uzročno – posljedične odnose
- Pažljivo promatranje zbivanja i istraživanje predmeta

Također ove specifične sposobnosti i kapaciteti mogu biti popraćene čestim postavljanjem svrhovitih ali i neočekivanih pitanja koja mogu iznenaditi bližnje ali i odgajatelje i učitelje. Izražavanje želje za osamljenim aktivnostima i sanjarenjem karakteristično je za matematički darovite učenike u dječjoj dobi. Ukoliko neko dijete pokazuje takve ili slične znakove potrebno je pratiti ga i poticati da razvija te ali i druge vještine. Djeca od malena pokazuju različite potencijale i interese, bilo da je to za matematiku ili neko drugo područje. Upravo radi toga nepoželjno je ograničiti razvoj samo na jedno od tih područja ali u isto vrijeme, potrebno je znati prepoznati te potencijale i interese te potaknuti njihov sveopći razvoj.

U adolescenciji, sposobnosti i vještine matematički darovite djece mogu se vidjeti kroz:

- Samostalno učenje i otkrivanje rješenja
- Velike sposobnosti za matematiku i/ili fiziku
- Želja za provođenjem vremena i izmjenjivanjem ideja sa stručnjacima iz područja koje ih zanima
- Izbjegavanje i ignorancija za direktno poučavanje i dociranje

Faza adolescencije u djetetovu životu vrijeme je posebne izloženosti stresu, promjenama koje proživljavaju, novim željama i interesima, to će uočiti ponajprije njihove obitelji, okolina ali i učitelji i nastavnici koji ih prate u odgojno – obrazovnom

procesu. Adolescenti su izrazito osjetljiva skupina te je važno pratiti ih i poticati ali u isto vrijeme ostaviti dovoljno prostora da oni sami kreiraju svoj put. Matematički daroviti učenici u adolescentskoj dobi, kako i u životu tako i u matematici, tražiti će sve više samostalnosti u pronalaženju svojih rješenja i načina rješavanja zadanih problema. Nažalost, nerijetko se događa da matematički daroviti učenici u toj dobi više nemaju motivaciju za učenjem matematike, te ponekad zbog dosade ili drugih okolnosti u procesu obrazovanja neće uspjeti steći potrebne radne navike, radi čega će lako odustati od matematike i razvijanja svoje darovitosti.

Pri razmatranju matematičkih sposobnosti prije svega treba naglasiti činjenicu da su pojedini sadržaji matematike, kao i njihova raznolika primjena, povezani sa sposobnostima različite prirode. Dakle, ni darovitost se neće uvijek vidjeti na isti način niti u istim područjima matematike. Razlog tome je što su kod nekih sadržaja i zadataka potrebne sposobnosti za pronalaženje najpogodnijih algoritama za pronalazak rješenja, dok je kod drugih važnija kombinacijska sposobnost, a kod trećih znati logički misliti i zaključivati (Kadum, 2006). Isti autor ističe, prema ruskom metodičaru matematike Švarcburdu (1964), kako se matematičke sposobnosti mogu očitovati upravo u ovih deset:

1. Razvijanje prostornog predočavanja
2. Sposobnost za odvajanje bitnog od nebitnoga
3. Sposobnost apstrahiranja
4. Sposobnost apstraktnog mišljenja
5. Sposobnost prijelaza sa konkretne situacije na matematičku formulaciju pitanja (ka shemi koja sažeto karakterizira bit problemskog zadatka)
6. Ovladavanje navikama deduktivnog mišljenja i zaključivanja
7. Primjena znanstvenih dostignuća, odnosno zaključaka, na konkretne sadržaje
8. Sposobnost kritičkog promišljanja i postavljanje novih problemskih pitanja (zadataka)
9. Posjedovanje dovoljno razvijenog, kako pismenog tako i usmenog, matematičkog izražavanja

10. Posjedovanje dovoljnog strpljenja pri rješavanju matematičkih (problemskih) zadataka.

Ne trebamo očekivati niti tražiti da sva djeca posjeduju sve od navedenih sposobnosti ali istina je da će ih daroviti učenici razviti u većem intenzitetu nego njihovi vršnjaci, te da će njihov interes za matematikom ili korištenjem matematike u druge svrhe rasti (na primjer rješavanje zadataka i problema iz fizike, kemije, informatike...).

Rezultati istraživanja ruskog psihologa Krutetskii (1976), koji je svoj rad posvetio upravo promatranju matematičke sposobnosti kod darovite djece, pokazuju nam neke od ključnih elemenata koji su karakteristični u razmišljanju matematički darovitih učenika:

- Sposobnost *formalizacije matematičkog materijala*; znati izolirati oblik od sadržaja, apstrahirati od konkretnih numeričkih odnosa i prostornih oblika te raditi s formalnom strukturom (sa strukturama odnosa i veza)
- Sposobnost *generaliziranja matematičkih materijala*; detektiranja onoga što ima važnost od onoga što je sporedno i nebitno, vidjeti što je zajedničko onome što na prvu izgleda različito
- Sposobnost *računanja*; s brojevima i drugim simbolima
- Sposobnost *sekvencijalnog, pravilno segmentiranog logičkog rezoniranja*; koja je povezana s potrebom dokazivanja, obrazloženja i zaključivanja
- Sposobnost *skraćivanja procesa razmišljanja*; odnosno razmišljanje u skraćenim strukturama
- Sposobnost „*preokretanja*“ *mentalnog procesa* (prebacivanje iz izravnog u obrnuti tok misli)
- *Fleksibilnost misli*; sposobnost prelaska s jedne mentalne operacije na drugu; sloboda od obvezujućeg i uobičajenog rješenja problema. Ova karakteristika mišljenja važna je za stvaralački rad matematičara
- *Matematička memorija*; može se pretpostaviti kako karakteristike takve memorije nastaju iz specifičnosti matematičke znanosti, pa da se odnosi na generalizaciju, formalizirane strukture i logičke sheme

- Snalaženje u *prostornim konceptima*; koja je izravno povezana s prisustvom u granama matematike poput geometrije (posebno geometrija prostora)

Na temelju pregleda različitih karakteristika, specifičnog načina razmišljanja i sposobnosti matematički darovitih učenika te temeljem pregleda relevantne literature, može se zaključiti kako će daroviti učenici na svakoj obrazovnoj razini, usvojiti više znanja te razviti više vještina unutar matematičkih koncepata i procesa nego njihovi vršnjaci. Radi toga će se neupitno isticati zbog brzine povezivanja i rješavanja zadataka i matematičkih problema. Navedene i proučene karakteristike referiraju se pretežito na vanjske i lakše vidljive aspekte njihova života i obrazovanja, kao što su konkretne aktivnosti i ponašanja pri rješavanju matematičkih problema. No, što se pritom događa na emocionalnoj i socijalnoj razini? Kako ovo isticanje utječe na emocionalni život i razvoj matematički darovitih učenika? Njihova motivacija i znatiželja samo su jedan dio odgovora na ovo pitanje pa će se u nastavku rada pojasniti problematika razvoja emocionalnog i socijalnog razvoja matematički darovitih učenika.

3.2.1. Emocionalne karakteristike matematički darovite djece

Brojni aspekti emocionalnog razvoja matematički darovitih učenika u mnogim slučajevima ne razlikuju se od emocionalnih karakteristika prosječnih učenika. Ipak, daroviti učenici često će se isticati upravo po karakteristikama „popularne“ djece, kao što su: dobre socijalne vještine, sposobnosti vođe, uzorno ponašanje, izvrsni akademski rezultati i visoko samopouzdanje. Budući da se darovita djeca ističu po svojoj kognitivnoj zrelosti lakše će rješavati i probleme druge prirode, odnosno one socijalne i društvene te će rjeđe imati probleme u ponašanju koji su možda karakteristični za njihovu dob i s kojima se susreću njihovi vršnjaci (Bain i Bell, 2004). Frydenberg (1997), tvrdi kako se darovita djeca suočavaju s problemima na drugačiji način te to u njima ne uzrokuje iste emocije kao i kod vršnjaka koji nisu identificirani kao daroviti. Prema tome, daroviti učenici lakše se nose s donošenjem odluka te već u ranijim fazama svoga života svjesnije i bolje kontroliraju svoje emocije zbog čega rjeđe pokazuju i probleme u ponašanju (Bain i Bell, 2004). Upravo zbog toga, ponekad se ističe njihov problem u iskazivanju emocija, što je zapravo rezultat kontrole ili dobre promišljenosti prije djelovanja pod utjecajem neke emocije ili nagona.

Rezultati istraživanja socijalnih sposobnosti darovite i talentirane djece, *Social skills of gifted and talented children* (Pontes de França-Freitas i sur., 2014), jednog brazilskog

sveučilišta, pokazuju bolje rezultate u razvijanju socijalnih vještina darovitih učenika u usporedbi s ostalim učenicima. Jedina iznimka su rezultati u području empatije, gdje su svi učenici dobili isti broj bodova. Razlog, jednakim i ujedno niskim bodovima na skali empatije, moguće je pripisati zanemarivanju razvoja empatičnosti kod učenika u školskom ali i obiteljskom ambijentu (Pavarino i sur, 2005).

Daroviti učenici posebno se ističu u vještinama kao što su „iskazivanje pozitivnih emocija“, što je važna vještina za ostvarivanje emocionalnih veza među ljudima (Del Prette i Del Prette, 2001). Daroviti učenici, kao i sva druga djeca, trebaju razvijati i kroz razvoj stjecati socijalne vještine potrebne za kvalitetan suživot, ali i doprinos društvu. Zbog njihove sposobnosti brzog povezivanja, apstrahiranja te racionalnog razmišljanja darovita djeca mogu te vještine razviti i prije ostalih vršnjaka, čime se pokazuju zrelijima i odraslijima. Bez obzira na njihove socijalne sposobnosti, društvenost, optimizam i vještine vođenja potrebno je sagledati i kakva je njihova emocionalna dimenzija života. Budući da su skloni kontrolirati svoje emocije, ponekad je potrebno potaknuti ih na iskazivanje misli i osjećaja kako bi ih se lakše razumjelo te kako bi im se moglo pomoći kada im je pomoć potrebna.

Drugi aspekt, vezan uz emocije i afektivnost matematički darovitih učenika, jest njihova motiviranost i interes za učenje matematike. Emocionalne i konativne karakteristike, kao što su motivacija za učenje matematike, situacijski interes za učenjem matematike tijekom nastave, matematička anksioznost i atribucija uspjeha/neuspjeha u matematici (Vizek-Vidović i sur., 1996). U svom istraživanju: „Konativne i emocionalne karakteristike matematički nadarene i prosječno sposobne djece“ iz 1996., autorice su željele provjeriti je li moguće razlikovati takve karakteristike i motivaciju za bavljenje matematikom i kod mlađe djece (desetogodišnjaka). Rezultati istraživanja tek djelomice potvrđuju početne pretpostavke o načinu reagiranja u pojedinim aspektima emocija i motivacije vezane uz matematiku. Najveća razlika u motivacijskim varijablama nalazi se u dimenziji intrinzično – ekstrinzične orijentacije. Matematički daroviti učenici, tvrde autorice, značajno su više intrinzično orijentirani za bavljenje matematikom odnosno, pokazuju veće zanimanje za školski rad na satovima matematike i veću spremnost i želju za samostalni rad te lakše procjenjuju razinu svojih postignuća jer se više oslanjaju na vlastitu analizu nego na povratne informacije učitelja. Također, varijabla kojom se ispitivala matematička anksioznost pokazuje kako prosječni učenici doživljavaju puno veću tjeskobu i negativne emocije što se pripisuje vanjskim činiteljima koje oni sami ne

mogu kontrolirati, dok daroviti učenici ne osjećaju niti toliki strah ni pritisak (Vizek-Vidović i sur., 1996).

Na kraju autorice zaključuju kako uistinu postoji specifični sklop motivacijskih korelata manifestne darovitosti koji se mogu prepoznati već i u mlađoj dobi darovitih učenika. Također ističu kako i kod prosječno sposobnih učenika postoji povoljan atribucijski sklop te izražen interes za matematiku u toj dobi. Što nam otvara drugo pitanje o tome što to uzrokuje visoku anksioznost i odbojnost prema matematici tijekom daljnjeg školovanja (Vizek-Vidović i sur., 1996). Proces anksioznosti i odbojnosti prema učenju matematike počinje u osnovnoj školi te kulminira u srednjoj školi. Najčešće će u srednjoj školi učenici, bili oni prosječni ili daroviti, puno puta zbog manjka nastavnikovog interesa ili neprilagođenog programa za vlastite potrebe, početi odbijati učiti matematiku te time ograničiti razvoj svojih sposobnosti i vještina. Osim utjecaja odgojno-obrazovnog sustava, na njihov interes za matematiku također će utjecati i faktori modernog društva, obiteljska okolina te emocionalne karakteristike učenika, naročito u adolescentskoj dobi, što će se vidjeti u njihovoj motivaciji i želji za napretkom u području matematike.

Uvažavajući karakteristike i odgojno – obrazovne potrebe darovitih učenika, moguće je zaključiti kako uz dobar poticaj učitelja/nastavnika, potporu i pomoć koju im pruža obitelj, te uz dovoljno truda, volje i želje s učenikove strane, matematički daroviti učenici mogu razvijati i aktualizirati svoje potencijale te postići visoku razinu samoostvarenja, a neki od njih će možda imati i mogućnost djelovanja na razvoj znanosti i društva.

4. Identifikacija darovitih učenika

Identifikacija darovite djece prvi je i neophodan korak kako bismo im pružili potrebnu odgojno-obrazovnu podršku. Treffinger i Feldhusen (1996), tvrde kako je jedna od važnih točaka identifikacije upravo sposobnost samih učenika da odrede svoje dobre i loše strane, svoje talente i interese. Također, ističu kako je identifikaciju potrebno vidjeti kao kontinuirani proces a ne kao dovršeni, gdje se kao jedini cilj postavlja proglasiti dijete darovitim (Treffinger i Feldhusen, 1996). Može se zaključiti da proces prepoznavanja i detekcije darovite djece ne bi trebao biti unaprijed predodređen konkretnim koracima ili procesima identifikacije, te da cilj nije samo zaključiti „ovo

dijete je darovito ili ovo dijete nije darovito”. Uvažavajući različitost karakteristika kod darovite djece, za što preciznije i pouzdanije rezultate, potrebno je koristiti kombinaciju različitih testova i ispitivanja. Prema MZO identifikaciju treba započeti već u predškolskoj dobi jer rana intervencija je najbolja i najkvalitetnija opcija te se na taj način može lakše i učinkovitije pomoći učenicima da ostvare svoje potencijale i kapacitete. U nacionalnom dokumentu „Okvir za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika” (2017), navode se smjernice koje prikazuju bitna obilježja identifikacije darovitih kako bi identifikacija i daljnja intervencija bila što uspješnija:

- Omogućiti identifikaciju djece i učenika u svim područjima darovitosti
- Pratiti razvoj svakog djeteta i uočavati prve znakove darovitosti u što ranijoj dobi te omogućiti identifikaciju u svim fazama razvoja
- Identifikaciju treba tretirati kao dinamičan, kontinuiran, stalno otvoren i višekratni proces vođen kontinuiranim praćenjem odgojno-obrazovnih potreba djece i učenika
- Identifikacija se provodi u svakoj odgojno-obrazovnoj ustanovi i predstavlja proces u kojemu su (na različite načine) uključena djeca/učenici, roditelji, učitelji, stručni suradnici, vanjski stručnjaci
- Proces identifikacije treba biti inkluzivan i nepristran, odnosno valja ga započeti tako da uključuje svu djecu i učenike te provoditi ga valjanim i sveobuhvatnim metodama i postupcima koji su prilagođeni individualnim potrebama djece i učenika, posebno onih koji su teže uočljivi kao daroviti

S obzirom na navedene smjernice, kao glavna pretpostavka ovakvog načina praćenja i detekcije je individualni pristup svakom djetetu, odnosno promatrati ga sa svim njegovim posebnostima i potrebama. Također, kako bi detekcija bila što preciznija ključno je sagledati učenika iz raznih perspektiva i gledišta (mišljenje učitelja, roditelja, druge djece, stručnih suradnika, itd.).

4.1. Etape u identifikaciji darovitih učenika

Jedan od mogućih načina određivanja i organizacije procesa identifikacije prikazan je u priručniku; *Policy and implementation strategies for the education of gifted and talented students* (Merrotsy, 2004) s engleskog sveučilišta (University of New England). U navedenom priručniku identifikacija se dijeli u tri etape: nominacija, provjeravanje i nadgledanje. Iako se svaki identifikacijski proces prilagođava učenicima te mogućnostima pojedine odgojno obrazovne ustanove, u svojoj provedbi ono će najčešće slijediti ove tri etape¹



Slika 3. Etape procesa identifikacije

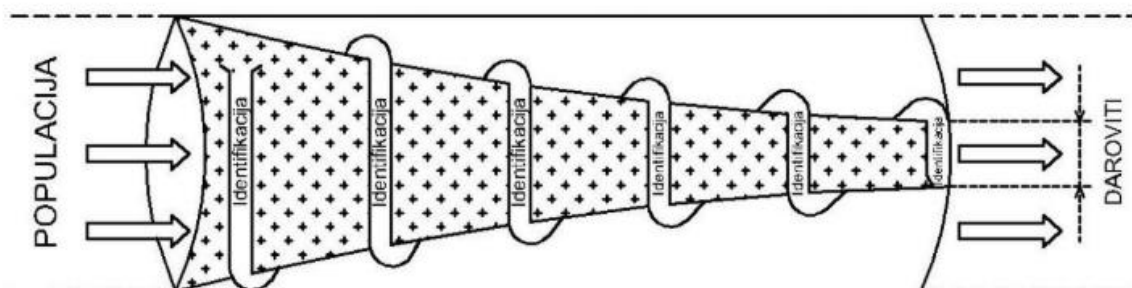
U navedenom procesu, *nominaciju* (engl. "nomination") najčešće provode roditelji, nastavnici, učenici ali i ostali članovi zajednice u kojoj se pojedinac nalazi. Ukoliko se kreće od analize koju pojedinac vrši nad samim sobom tada govorimo o samonominaciji. Način prikupljanja podataka i informacija u nominaciji je putem lista za procjenu te će odgovori najčešće biti subjektivne prirode.

Provjeravanje (engl. "screening") je drugi korak te se sastoji od provođenja raznih kombinacija mjernih testova. U ovom koraku rezultati odnosno podaci su znatno objektivniji nego što su to u prvoj fazi identifikacije. O testovima koji se mogu koristiti u fazi provjeravanja biti će nešto više riječi kasnije.

Treća etapa je *nadgledanje* (engl. "monitoring") ili praćenje učenika uz prikupljanje informacija o njihovim sposobnostima, interesima i postignućima. Ova faza može nam pomoći utvrditi koliko je proces identifikacije bio uspješan te na koji način je najbolje usmjeriti rad i intervenciju sa svakim učenikom (New South Wales Department

¹ Opis etapa preuzet iz priručnika *Policy and implementation strategies for the education of gifted and talented students* (2004) New South Wales: Department of Education and Training. URL: <http://www.curriculumsupport.education.nsw.gov.au/policies/gats/assets/pdf/polsuppid.pdf> (28.04.2020.)

of Education and Training, 2004:10). Na pojednostavljeni način proces identifikacije može se prikazati uz pomoć shematskog prikaza (slika 4). U svakom koraku identifikacije grupa učenika je manja od one koja je sudjelovala u prijašnjem koraku te obuhvaća sve uži krug učenika dok se na posljetku ne odredi grupa samo onih koji zaista jesu identificirani kao daroviti te je potrebno raditi s njima na taj način.²



Slika 4. Shematski prikaz procesa identifikacije darovitih učenika

U Republici Hrvatskoj *Ministarstvo znanosti i obrazovanja* identifikaciju darovitih podijelilo je u dvije faze: uočavanje i utvrđivanje darovitosti. Pri čemu bi uočavanje bilo upravo prepoznavanje pokazatelja koji upućuju na darovitost i to od strane roditelja, vršnjaka, odgajatelja, učitelja te stručnih suradnika unutar i van ustanove. Dok se utvrđivanje odnosi na: procjenjivanje i mjerenje sposobnosti, osobina i kompetencija pojedinca zbog određivanja vrste i stupnja darovitosti (MZO, 2017). Te dvije faze u praksi se međusobno isprepliću i nadopunjuju.

Kako i u kojoj se mjeri u praksi vrši proces identifikacije darovite djece, ovisi o zakonu koji je na snazi, određanju školskog kurikulumu ali i o svakoj školi. U Hrvatskim školama prema *Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnim i srednjim školama*, članak 63. nalaže obvezu uočavanja, praćenja i poticanja darovitih učenika. U školama je potrebno organizirati proces identifikacije darovitih učenika kako bi se organizirao dodatni rad prema njihovim sklonostima, sposobnostima i interesima te kako bi se svakom učeniku s visokim potencijalom pružila prilika da ga razvije.

² Shematski prikaz procesa identifikacije darovitih učenika je nacrtan prema slici „Shematski prikaz procesne dijagnostike u postupku otkrivanja i identificiranja nadarenih učenika“ u: Koren (1989) *Kako prepoznati i identificirati nadarenog učenika*. Zagreb: Školske novine, str. 30.

4.2. Instrumenti identifikacije

Svaki proces identifikacije trebao bi biti prilagođen potrebama i posebnostima pojedinog djeteta. Upravo zbog toga i instrumenti za identifikaciju neće uvijek biti isti. U praksi je uvijek poželjno kombinirati više različitih instrumenata, jer se na taj način sigurnije i lakše može doći do valjanih rezultata. Instrumenti koje možemo koristiti, u teorijskoj podjeli, klasificiraju se na različite načine. Koren (1989) grupira metode kao: metode procjenjivanja i metode testiranja, dok ih drugi autori svrstavaju u tri područja: mjerne skale i liste, različite vrste standardiziranih testova te na kraju nastavnikova procjena. Također testovi ili upitnici mogu se podijeliti s obzirom na to u kojoj fazi identifikacije se koriste (fazi nominacije, pregledavanja ili nadgledanja). U ovom radu će se pobliže objasniti proces identifikacije kroz sljedeću podjelu (Jurasić, 2010):

- Mjerne skale i liste za provjeru
- Različite vrste standardiziranih testova
- Nastavnikova procjena

Liste za provjeru procjenjuju učenikove sposobnosti različitim postupcima (od jednostavnih i subjektivnih nominacija pa sve do upitnika i skala procjena). Liste se razlikuju po svojoj duljini, neke su vrlo kratke i sažete dok druge mogu biti puno dulje i kompleksnije. Iz njih možemo saznati na najbrži način na što prvo trebamo obratiti pozornost. Za razliku od njih mjerne skale su pouzdanije od često subjektivnih i općenitih kontrolnih lista (bodovanje je kompleksnije i stoga preciznije).

Testiranje se provodi primjenom različitih standardiziranih mjernih instrumenata, kao što su testovi inteligencije, testovi specifičnih sposobnosti i testovi postignuća. U većini zemalja kvocijent inteligencije jedan od glavnih kriterija za određivanje darovitosti, gdje se to utvrđuje kod učenika koji su dvije standardne devijacije iznad prosjeka, odnosno koji imaju kvocijent inteligencije 130 ili više. Upravo radi toga testovi koji određuju IQ važan su dio procesa identifikacije. Takvi testovi nadopuniti će nastavnikova opažanja te je velika prednost što su podaci koje nam isti nude uvijek objektivni. Jedan od nedostataka u testiranju je upravo taj što postoji veliki dijapazon različitih testova te je teško odabrati odgovarajući što uzrokuje da je valjanost testova za identifikaciju darovitosti u nekim područjima vrlo diskutabilna.

Na kraju možemo istaknuti kako je uvijek poželjno koristiti različite izvore podataka i raznovrsne metode (uspjeh u učenju, uradci i postignuća, natjecanja, interesi, hobiji i

druge aktivnosti učenika, mišljenja nastavnika, podaci iz evidencija o učeniku – dokumentacija iz drugih ustanova ukoliko ju je učenik prethodno pohađao, upitnici za nastavnike i roditelje...) i pri tome računati na potrebne vremenske intervale za njihovo prikupljanje kako bi postigli što kvalitetniju analizu te kasnije valjanu primjenu u intervenciji i radu.

Nastavnikova procjena. Iako se temelji na subjektivnom mišljenju nastavnika, nastavnikova procjena vrlo je važan čimbenik detekcije darovitih učenika. Često će ona biti pokretač cijelog procesa identifikacije ali i korisna informacija za provjeru istinitosti dobivenih rezultata. Potrebno je pokazati povjerenje prema onome što nastavnik misli i kako vidi učenika u praksi, te ga ohrabriti na iskazivanje svog mišljenja. Također treba naglasiti važnost učinkovite suradnje s ostalim osobljem uključenim u proces provjeravanja darovitosti, te djetetovom obitelji i prijateljima.

4.3. Identifikacija matematički darovitih učenika

Detekcija matematički darovitih učenika najčešće će slijediti iste etape i smjernice kao i bilo koja druga identifikacija darovitih učenika, samo što će ona biti usmjerenija na logičko – matematičko područje.

Prije konkretnih smjernica koje služe za identifikaciju, prof. Pavleković predlaže podjelu učenika s obzirom na „darovitost za matematiku“; potencijalno daroviti učenici; učenici iznadprosječnih matematičkih sposobnosti; učenici prosječnih matematičkih sposobnosti i učenici s nedovoljno razvijenim sposobnostima za matematiku (Pavleković, 2009). Pavleković (2009), kaže kako potencijalno daroviti učenici uče brže od vršnjaka, imaju dublje razumijevanje i višu razinu apstrakcije, pokazuju ustrajnost i uče aktivno te kritički analiziraju svoja postignuća. Često imaju svoja mišljenja koja mogu biti suprotna onima od učitelja, nastavnika ili onom njihovih vršnjaka, što može rezultirati neslaganjem i na posljetku dovesti do sukoba mišljenja. S druge strane, učenici iznadprosječnih matematičkih sposobnosti su oni koje će učitelji nazvati „bistrom djecom“, te oni svojim znanjima i vještinama u matematici nadmašuju svoje vršnjake posebno u primjeni elementarnih znanja i vještina u rješavanju problema iz svakodnevnice. Zbog svoje visoke motiviranosti i marljivosti nadmašuju potencijalno darovitu djecu budući da oni zbog svog „brzog uma“ često preskaču važne korake u zaključivanju pa mogu ostaviti dojam površnosti.

Upravo zbog toga Margita Pavleković (2009), u svojoj knjizi „Matematika i nadareni učenici“ ističe koliko je važno osvijestiti i taj aspekt darovitosti svim nastavnicima i učiteljima. Kaže kako ih je potrebno ohrabriti u uočavanju i onih učenika koji nemaju toliko visoku uspješnost u rješavanju analognih zadataka, ali znaju povremeno iznenaditi originalnim rješenjima, izvrsnom procjenom ili brzim i točnim reakcijama u matematičkim igrama.

George (2004) predlaže listu karakteristika na temelju kojih se mogu konkretizirati konkretne sposobnosti matematički darovitih učenika

Pokazuje li dijete sljedeće karakteristike:

- *Upornost u traženju najboljeg i najjednostavnijeg rješenja problema;* učenici se ne zadovoljavaju bilo kojim načinom rješavanja zadataka te se ističu po tome što neće odustati dok ne pronađu najbolji i najjednostavniji način zbog čega je moguće da će se njihov princip rješavanja razlikovati od onoga koji predlaže nastavnik matematike.
- *Samopouzdanje u novoj matematičkoj situaciji;* u kojoj je spremno imati inicijativu u rješavanju nečeg novog; učenici nove i nepoznate zadatke, matematičke probleme, vide kao izazove te od početka pokazuju znatiželju ali i sigurnost u svoje znanje da će doći do rješenja. Često ne trebaju niti poticaj izvana kako bi riješili nešto novo nego imaju vlastitu inicijativu, po čemu će se razlikovati od svojih vršnjaka koji se češće karakteriziraju po nesigurnosti i manjku inicijative kada se radi o nečem novom i nepoznatom.
- *Otvorenost uma;* učenici su uvijek spremni i otvoreni za naučiti nešto novo. Ne povode se i ne zadovoljavaju sa već uhodanim načinima i znanjima. Njihove misli i promišljanja nisu strukturirani u određene sheme pa tako lakše povezuju i usvajaju nova znanja i vještine.
- *Samostalno zadavanje matematičkih problema tijekom nastave i kod kuće;* učenici će pokazivati znatiželju i radoznalost za rješavanje svih problema koje uoče ili do kojih dođu svojim promišljanjem. Daroviti učenici rijetko kad ne rade ništa, njihova aktivnost uvijek je usmjerena ili na promišljanja o zadacima i problemima ili na rješavanje konkretnih problema.
- *Kratko, čak lakonski izražava misli;* učenikove misli su sažete, precizne i konkretne. Iako iza svake misli postoji mnogo promišljanja i zaključaka,

daroviti učenici skloni su izreći samo razrađene i sažete izjave bez prevelikog verbalnog bogatstva. Ovakvo izražavanje specifično je za matematički darovite učenike jer često daroviti učenici, upravo suprotno ovoj karakteristici, uživaju u dugačkim, razrađenim i bogatim izjavama koje upućuju svojoj publici.

- Općenito se *zanima za brojeve i uzorke*; učenici će i u drugim predmetima i područjima pokazati poseban interes za brojeve i tražiti uzroke predstavljenih činjenica (na primjer u fizici, kemiji pa i geografiji ili povijesti). Iz tog razloga i drugi nastavnici trebaju biti spremni objasniti uzroke sadržaja koji predaju iako takva znatiželja i pitanja nisu uobičajeni za osnovne ili srednje škole.
- Često je u stanju *pronaći kraticu do rješenja problema jer želi izbjeći standardne metode*; učenici traže svoj, novi način rješavanja ukoliko nastavnikov smatra prekomplikiranim ili prestandardnim. Često će upravo zbog toga daroviti učenici biti brži i samostalniji u rješavanju zadataka.

Uz liste za provjeru specifičnih sposobnosti postoje i ekspertni sustavi za prepoznavanje darovitosti za matematiku (Jurasić, 2010). U Republici Hrvatskoj, Margita Pavleković 2007. godine uz pomoć istraživačkog tima osmislila je model „Stablo odlučivanja“ za prepoznavanje darovitosti iz matematike na temelju znanja psihologa, metodičara i vlastitog iskustva. Ekspertni sustav koristi se alatom „ExSys“; metoda umjetne inteligencije koja na temelju heurističkog znanja eksperta gradi bazu znanja u obliku logičkih pravila. S pomoću mehanizma zaključivanja brzim algoritmima traži se rješenje na temelju unesenih podataka (Pavleković, 2009).

Iako u Hrvatskoj postoje zakonske odredbe u vezi identifikacije i obrazovanja darovitih učenika ono još uvijek, u mnogim školama i područjima Republike Hrvatske, nije razvijeno. Neki od razloga mogu biti nedovoljan broj osoba u školama koje se bave identifikacijom i radom s darovitima ili nedostatak financijskih sredstava za nabavu testova uz pomoću kojih bi se odredila darovitost u području matematike (Jurasić, 2010). Uz to se nailazi i na problematiku nedovoljne izobrazbe i pripremljenosti učitelja i nastavnika u području darovitosti. Sa čime se još uvijek susreće nekolicina učitelja u osnovnim školama, i to poglavito u nižim razredima gdje se od učitelja razredne nastave postavljaju visoki zahtjevi kompetentnosti u više predmetnih područja.

Na samom kraju treba spomenuti kako svijest o važnosti identifikacije matematički darovitih učenika raste, kako na regionalnoj tako i na globalnoj razini. Početkom 21. stoljeća u Europi je MATH.EU (*Identification, Motivation and Support of Mathematical Talents in European Schools*) ostvarila projekt kojim je istaknuta važnost identifikacije, motivacije i podrške matematičkih talenata (Markides, 2004). U Europi su se pokrenula razna istraživanja matematičkog obrazovanja, kao što su PISA (*Programme for International Student Assessment*) iz 2000. godine i RUMEC (*Research in Undergraduate Mathematics Education Community*) iz 2003. godine.

Uz istraživanja važnu ulogu u motivaciji darovitih učenika imaju i matematička natjecanja. U većini država pa i u Republici Hrvatskoj, već dugi niz godina održavaju se matematička natjecanja (Jurasić, 2010). Iako su važna u motivaciji darovitih učenika, učenicima je ponekad priprema za natjecanje i druženje s drugim natjecateljima, s kojima dijele interese, važnije od samog natjecanja i pobjede. Kroz natjecanja, pripremu i praćenje uspjeha, svakako je važna uloga kompetentnog učitelja koji će prepoznati, među učenicima zainteresiranim za matematiku, one koji uče brže od vršnjaka, domišljati su, koriste prečace u računanju, uvijek su spremni za nešto novo i vole biti kreativni u pronalasku rješenja. Uloga učitelja i nastavnika od velike je važnosti u radu s darovitim učenicima. Oni trebaju uložiti dodatni trud u radu s matematički darovitim učenicima, upravo kako bi potaknuli razvoj njihovih kapaciteta, pružajući im potporu i postavljajući izazove koji u njima mogu probuditi interes i želju za napretkom. U slijedećem poglavlju detaljnije se razrađuje opći pristup radu s matematički darovitim učenicima.

5. Daroviti učenici u odgojno – obrazovnom sustavu

Nakon provedbe procesa identifikacije započinje osmišljavanje i stvaranje što adekvatnije podrške koju odgojno – obrazovni sustav može pružiti kao potporu u razvoju sposobnosti darovitih učenika. Pri tome se teži ka pružanju što individualnijeg pristupa, odnosno pomoći za svakog pojedinog učenika. Sukladno tome, potrebno je upoznati svako dijete zasebno jer rješenja testova i rezultati nisu ti na temelju kojih se donose odluke i omogućava daljnji razvoj, već su „osobe te koje donose odluke a ne mjerni instrumenti” (Renzulli, 2015, str. 101).

Rad s darovitim učenicima može se objasniti kao skup raznolikih ali isprepletenih i međusobno povezanih djelatnosti, odnosno aktivnosti, koje ćemo provesti s djecom u školskom ozračju ali i van njega. Prema Palomares, Moyano i Sanchez (2015), sve što poduzimamo u radu s darovitim učenicima treba imati za cilj da potencira i osnaži njihove sposobnosti. Odgojno – obrazovni djelatnici odgovorni su za praćenje učenikovih potreba, sposobnosti, kompetencija, osobnog ritma, interesa, školskog uspjeha, i sve to uzimajući u obzir njihovo odgojno – obrazovno i obiteljsko okruženje. Takav oblik podrške iziskuje, uz ostale čimbenike koji utječu na kvalitetno praćenje učenikovih potreba, promjenu u načinu rada i pristupu učenicima s posebnim potrebama. Učiteljev pristup trebao bi uključivati veću fleksibilnost u organizaciji, planirane aktivnosti koje će potaknuti motivaciju, inovativniji i kreativniji način rada te veću participaciju učenika kako bi se razvila njihova samostalnost i cjelokupni razvoj. Potrebno je istaknuti kako je tu također ključna povezanost između djetetove školske i obiteljske okoline. Palomares, Moyano i Sánchez (2015), ističu da je jedan od stupova dobre inkluzije upravo suradnja obitelj - škola – zajednica, na koju svakako treba obratiti pažnju, jer iako je već dobro poznata njezina važnost u procesu odgoja i obrazovanja, nije ju uvijek tako jednostavno postići.

5.1. Ciljevi u obrazovanju darovitih učenika

Nacionalnim okvirnim kurikulumom propisano je sve ono što će se nadalje razrađivati kroz školske kurikulume i rad pojedinih ustanova u kontekstu obrazovanja darovitih i sve ostale djece. Obrazovni ishodi zadani su *Nacionalnim okvirnim kurikulumom*, dok se školskim kurikulumima isti razrađuju u svakoj školi. Iako će ishodi koji se očekuju u obrazovanju biti isti ili slični u vidu sadržaja, oni će se razlikovati po dubini znanja, kod darovitih i svih ostalih učenika. Ipak, neki od kriterija koji mogu pratiti jasno postavljene ciljeve u procesu poučavanja mogli bi biti slijedeći (Aretxaga, 2013):

1. Stvarati programe koji pogoduju sudjelovanju s različitim nastavnih razina kurikuluma
2. Uključiti u program modificirane i prilagođene aktivnosti koje će u isto vrijeme biti korisne cjelokupnom razvoju djeteta
3. Kreirati i koristiti različite istraživačke tehnike prilagođene njihovoj akademskoj razini
4. Implementirati više aktivnosti za razvoj kreativnosti

5. Uključiti obitelj u svaku fazu razvoja njihove djece

Iako su ovo samo neki od mogućih kriterija koji mogu poslužiti u određivanju ciljeva i u samom radu s darovitim učenicima, oni dobro obuhvaćaju sve što je potrebno za kvalitetnu prilagodbu okoline učenicovim potrebama za odgovarajući rast i razvoj u kontekstu odgoja i obrazovanja. Ciljevi postavljenih aktivnosti trebaju biti dobro promišljeni i kao krajnju svrhu imati cjelokupni razvoj djeteta u kojem niti jedna dimenzija njegova razvoja i okoline koja ga okružuje ne smije biti zanemarena.

5.2. Daroviti učenici i zakonodavni okviri odgojno – obrazovnog sustava

Državni pedagoški standard osnovnoškolskog sustava odgoja i obrazovanja je dokument kojim se definiraju minimalni infrastrukturni, financijski i kadrovski uvjeti za ostvarivanje i razvoj djelatnosti i podjednakih uvjeta za ujednačen razvoj osnovnog školstva na čitavom području Republike Hrvatske. U navedenom dokumentu daroviti učenik se određuje kao: „učenik iznadprosječnih intelektualnih, i(li) akademskih, i(li) stvaralačkih, i(li) psihomotornih sposobnosti”. Dok je učitelj/mentor opisan kao: “stručno osposobljena osoba koja je voditelj studenata tijekom praktične poduke studenata visokog učilišta za obrazovanje učitelja/nastavnika ili učitelj za rad s potencijalno darovitim učenicima u osnovnoj školi”.

Državni pedagoški standard podrazumijeva sljedeći članak zakona iz kojeg proizlaze trenutne mjere i strategije rada:

Članak 32.

- Škola je obvezna sustavno tijekom školske godine identificirati darovite učenike, raditi s njima po posebnom programu, pratiti njihov napredak te o tome sastaviti izvješće na temelju prosudbe školskog stručnog tima
- Rad s darovitim učenicima provodi se programima različite težine i složenosti kao diferencirani nastavni program u razrednome odjelu ili odgojno-obrazovnim skupinama, kreativnim i/ili istraživačkim radionicama, putem izbornih programa, grupnih ili individualnih, u posebnim izvannastavnim aktivnostima, usporednim, produbljenim programima ili omogućavanjem pristupa izvorima specifičnog znanja
- Darovitome učeniku škola može iznimno odobriti odsutnost s nastave dužu od propisane te potrebama takvih učenika prilagoditi način ispitivanja i ocjenjivanja

- Program rada s darovitim učenicima obuhvaća: povećan rad učitelja s darovitim učenicima, nabavu potrebne nastavne opreme i literature, pristup posebnim izvorima znanja, državna i međunarodna natjecanja darovitih učenika u organizaciji nadležnog ministarstva za obrazovanje i drugih subjekata koji za to imaju odobrenje ministarstva nadležnog za obrazovanje, poticajna sredstva učenicima za stipendije, nagrade i drugo

Jedna od mjera koje se navode u Pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika je adaptacija odnosno promjena kurikuluma kao službenog dokumenta s ciljem promjene plana i programa kao mogući odgovor na učenikove potrebe. Te promjene znače uvođenje razlikovnog, odnosno osobnog kurikuluma. Pri tome, razlikovni kurikulum za darovite učenike predstavlja unošenje izmjena (razlikovnosti) u nacionalne kurikulume nastavnih predmeta i kurikulume međupredmetnih tema, pri čemu se uvažavaju sva načela kurikulumskoga planiranja za darovite učenike. Uvodi se za sve darovite učenike (na regionalnoj razini gdje je određeni kurikulum na snazi) i prilagođen je njihovim odgojno-obrazovnim potrebama. S druge strane, individualni ili osobni kurikulum znači djelovanje cjelovitog stručnog tima za podršku darovitima u odgojno - obrazovnoj ustanovi, kako bi se ostvarilo planiranje, provedba i vrednovanje osobnog kurikuluma posebno osmišljenog za svakog pojedinca i njegove potrebe. Osobni kurikulum provode u većoj mjeri učitelji te ukoliko je moguće, mentor, ali se u provedbu pojedinih dijelova uključuju i stručni suradnici (psiholog, socijalni pedagog, edukacijski rehabilitator, logoped, pedagog). Preporuča se izrada individualnog kurikuluma za svako dijete u predškolskom obrazovanju odnosno kasnije, svakog učenika koji je prepoznat kao darovit, ukoliko se utvrdi da razlikovni kurikulum ne može zadovoljiti njegove specifične potrebe.

Na samom početku tog procesa, učenicima se treba osigurati ono što najbolje odgovara njihovu stupnju razvoja, specifičnim potrebama i interesima, potencijalima i sposobnostima. Prema Cvetković - Lay, Sekulić - Majurec (2008), prilikom izrade programa učitelji/mentori trebali bi se voditi sljedećim načelima:

- a) Poticati širenje temeljnih znanja i razvoja verbalnih sposobnosti
- b) Uvažavati posebne dječje interese, omogućavati im da ih zadovolje i produbljivati ih
- c) Omogućiti im da uče ono što ih zanima

- d) Omogućiti im da uče na način koji njima najbolje odgovara
- e) Osigurati korištenje što raznovrsnijih materijala u radu
- f) Osigurati više vremena za rad
- g) Ohrabrivati kreativno i produktivno mišljenje

Ispunjavanje navedenih načela u izradi programa omogućilo bi razvoj sposobnosti i vještina svim učenicima, a posebno darovitima. Budući, da ih poučavanje koje se temelji na klasičnom prijenosu informacija i strukturiranom znanju ne potiče na rad nego češće demotivira i uslijed čega mogu izgubiti interes za predmetom, a ponekad i za učenjem općenito. Program rada koji bi se bazirao na ovim načelima bio bi idealan i svakako poželjan na svim razinama obrazovanja. No, postavlja se pitanje koliko je to realno za očekivati u datim okvirima našeg odgojno – obrazovnog sustava, u učionicama sa 20 ili 24 učenika? Jedan od najvećih izazova praktičara, učitelja i nastavnika, upravo je pitanje kako individualizirati i istovremeno diferencirati nastavu prema potrebama i potencijalima svakog pojedinca. Nastavni plan i program, uz sva druga ograničenja (veliki broj učenika u razredu, manjak prostora, zastarjeli materijali i sredstva za učenje...) često ne ostavlja dovoljno prostora za individualizaciju nastave budući da nastavnici trebaju ispuniti sve ciljeve koji su zadani smjernicama i dokumentima odgojno – obrazovne politike.

Pretpostavke diferencirane nastave i dobiti individualizacije u nas još uvijek nailaze na brojna ograničenja te uz sav trud nastavnika postoji još mnogo slučajeva u kojima se oni ne uspijevaju realizirati. Rad na osvještavanju važnosti ovih aspekata obrazovanja počinje upravo u radu s onima kojima su pomoć i prilagođeni program najpotrebniji. Kao što je već ranije spomenuto, u školama je prisutan sve veći fokus na rad s djecom koja imaju poteškoće u učenju, dok je rad s darovitom djecom najčešće u sporednom planu jer ne predstavlja toliki problem učiteljima tijekom same nastave. Upravo zbog toga pri određivanju kurikuluma za darovite učenike važan je trud koji se ulaže da bi on bio usmjeren prema određenim učenicima i njihovim specifičnim potrebama.

Najčešći pristupi u radu s darovitim učenicima, kako na regionalnoj tako i globalnoj razini jesu: rad po programima različite težine i složenosti, izborni programi, grupni i individualni rad, rad na projektu, rad u maloj skupini, akceleracija, izvannastavne i izvanškolske aktivnosti, kontakti sa stručnjacima iz područja interesa, pristup izvorima

specifičnog znanja, dodatna sredstva ili materijali, mentorski rad i raniji upis (iz Pravilnika o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika, 1991). U Republici Hrvatskoj rad i potpora u razvoju darovitih učenika fokusira se na 4 pristupa (Nikčević-Milković, Jerković i Rukavina, 2016).

- Obogaćivanje nastavnih programa - programi su sadržajno i opsegom teži, širi, produbljeni i napredniji
- Uključivanje darovite i talentirane djece u različite izvannastavne i izvanškolske aktivnosti - glazbene škole, sportski klubovi, centri izvrsnosti, likovne radionice itd.
- Akceleracija - ubrzavanje predviđenog programa ili preskakanje razreda (mjera koja je najmanje prisutna)
- Izdvajanje - posebne škole ili posebni razredi, grupiranje prema vrstama sposobnosti i talentima

Isti autori naglašavaju kako postojeći podaci o kvaliteti i koristi takvih mjera ne zadovoljavaju današnje kriterije te kako ne postoje obuhvatnija i svrsishodnija istraživanja koja bi nam pokazala stvarni način rada i realnost prakse.

Još jedna prepreka i problem na koji možemo naići jest usavršavanje i priprema nastavnika i učitelja za provedbu različitih, odnosno obogaćenih programa i pružanje podrške darovitim učenicima. Osim same pripreme, učiteljima je potrebno pružiti i podršku u radu s učenicima u različitim vrstama nastave, naročito u redovnoj nastavi kroz individualizirani pristup i diferencijaciju programa te u dodatnoj nastavi, kroz izborne, izvannastavne i izvanškolske programe i natjecanja (Vojnović, 2015).

6. Metodika rada s matematički darovitim učenicima

S obzirom na obilježja matematike, kao nastavnog predmeta u školama, možemo pronaći različite didaktičke sustave kroz koje će se učenicima približiti ova disciplina. Najčešće će to biti kroz problemsku nastavu, heurističku nastavu, matematičke igre i slično.

Prije konkretnijeg prikaza metodike i načina rada s matematički darovitim učenicima navesti će se te pojasniti načela i metode koje se koriste u nastavi matematike kako bi se lakše shvatila specifičnost razmišljanja i rješavanja problema od strane matematički darovitih učenika.

6.1. Načela u nastavi matematike

Kao i kod ostalih školskih predmeta i u nastavi matematike trebamo imati na umu tvrdnju profesora Jurčića kako se didaktička načela ne nameću nastavi nego se moraju izvesti iz njezinih okolnosti te održavati dijalektičnost nastavnog procesa, odnosno kretati se kontinuirano po uzlaznoj crti; od nepoznatoga ka poznatome (Jurčić, 2012). Temeljna načela nastave su: načelo primjerenosti; načelo zornosti; načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti; načelo sistematičnosti i postupnosti; načelo trajnosti znanja, vještina i navika; načelo odgojnosti nastave; načelo motivacije; načelo individualizacije; načelo problemnosti i načelo znanstvenosti (Kurnik, 2009). Iako su ova načela zajednička svim školskim predmetima, ona se pokazuju značajnima i određena su na specifičan način u nastavi matematike. U nastavku će se поближе opisati neka od načela s obzirom na karakteristična obilježja nastave matematike te odgovarajući oblici i načini rada s matematički darovitim učenicima.

- Načelo primjerenosti

Temelji se na spoznaji da se dijete postupno razvija zbog čega je potrebno nastavni rad uskladiti sa psihofizičkim mogućnostima i sposobnostima učenika. Na temelju njih ćemo lakše prilagoditi težinu sadržaja i zadataka kako nastava ne bi bila ni prezahtjevna ali niti prelagana. Dobrim poznavanjem sadržaja i njegove primjerenosti rjeđe se čine pogreške kao što su precjenjivanje ili podcjenjivanje psihofizičkih osobina učenika. Isto vrijedi i za nastavu matematike, gdje će se matematički daroviti učenici razlikovati od svojih vršnjaka upravo po ovom načelu, odnosno učitelji bi trebali uvidjeti potrebu pripreme sadržaja primijenjenog i tim učenicima. S obzirom na to da će se razlikovati po svojim sposobnostima i kapacitetima, što će se najčešće vidjeti po brzini rješavanja zadataka i načinu razmišljanja radi kojeg će lakše shvaćati nove pojmove i znanja, često će ti učenici trebati drugačije ili dodatne matematičke sadržaje i zadatke.

- Načelo zornosti

Zornost znači cjelovito osjetilno doživljavanje objekata radi usvajanja činjenica i formuliranja pravilnih predodžbi (Kurnik, 2002). Prema ovom načelu učenicima se želi omogućiti da svim svojim osjetilima zahvate stvarnost koja se u nastavi proučava. Ono se može ostvariti putem neposrednog promatranja u objektivnoj stvarnosti, preko promatranja nastavnih sredstava ili kroz slikovito pripovijedanje gdje se posredno

oblikuju adekvatne predodžbe. U nastavi matematike također ima raznovrsnih mogućnosti za zorno praćenje i prikazivanje matematičkih pojmova, bilo ono preko fizičkog prikaza i ilustracija ili uz pomoć misaonih procesa koje nastavnici koriste pri pojašnjavanju matematičkih sadržaja.

- Načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti

Jedan od ciljeva nastave je da probudi interes prema predmetu. Ukoliko nastava i njezin sadržaj ne bude pozitivne emocije kod učenika nastavni proces neće biti kvalitetan, a stečena znanja će biti površna te vrlo lako zaboravljena. Ovom načelu doprinose objektivne okolnosti obrazovne institucije, kao što je materijalna opremljenost školskog prostora, ali i učiteljev način rada. Ukoliko njegova predavanja i način rada nisu dovoljno poticajni i dinamični, teško će probuditi zainteresiranost i savjesno učenje kod učenika. Zbog toga je važno poticati aktivnost učenika u radu jer znanje se stječe vlastitom aktivnošću, a kvaliteta znanja i krajnji uspjeh ovise upravo o intenzitetu provedene aktivnosti. Kod matematički darovitih učenika, naročito u osnovnoj školi primijetiti će se visoki stupanj interesa i motivacije te će zbog toga biti i aktivniji od ostatka razreda, što će potvrditi dobrim rezultatima i uspjesima. Ipak, već u višim razredima osnovne škole interes i aktivnost nekih darovitih učenika na nastavi matematike postupno pada, dok u srednjoj školi taj interes i motivacija kod značajnog broja učenika potpuno izostaje. U tom slučaju treba pridati veću pažnju i važnost ovom načelu kako bi se potaknuo taj „unutarnji“ i u tom trenutku „prigušeni“ interes srednjoškolaca za napredak i učenje, kako matematike tako i svih drugih predmeta.

- Načelo sistematičnosti i postupnosti

Sistematičnost u nastavi matematike se odnosi na obrađivanje nastavnih sadržaja u određenom logičkom pregledu. Postupnost se ostvaruje ukoliko se držimo slijedećih pravila: *od lakšeg k težem, od jednostavnog k složenom, od bližeg k daljem, od nepoznatog k poznatom i od konkretnog k apstraktnom*. Matematički daroviti učenici vrlo vjerojatno će brže od svojih vršnjaka usvajati znanja što ponekad prividno daje dojam „preskakanja“ koraka u postupnosti usvajanja znanja, no oni zapravo samo brže prolaze kroz te korake, odnosno stupnjeve znanja.

- Načelo individualizacije

Bognar i Matijević (2002), navode kako načelo individualizacije zahtijeva organizaciju i izvođenje odgojno-obrazovnoga procesa na način koji omogućuje svakom učeniku zadovoljavanje njegovih specifičnih interesa i potreba te postupno izrastanje u autentičnu ličnost. Zbog tih individualnih razlika nastavu matematike potrebno je individualizirati, odnosno pomoći svakom pojedincu razviti svoje sposobnosti do maksimuma. U radu s matematički darovitim učenicima potrebno je proširivati i produbljivati gradivo te ne opravdavati se samo s odličnim ocjenama koje postižu. Najčešći oblik individualizacije je upravo diferencirana nastava, pod kojom se podrazumijevaju sve organizacijske mjere koje omogućavaju da sustav nastave bude fleksibilniji i dinamičniji, odnosno, diferenciranje je proces u kojem se jednoličnost i monotonost zamjenjuju živošću i raznolikošću (Đorđević prema Slott, 1970). Imajući pritom na umu da će ta dinamičnost u isto vrijeme biti rezultat i odgovor na različitosti među učenicima, odnosno, na njihove međusobne razlike, kao što su brzina usvajanja znanja ili razvijanje novih vještina i sposobnosti.

- Načelo problemnosti

Nastava matematike je zahtjevan proces (Kurnik, 2002), a matematički sadržaji su svojom složenošću često zahtjevniji pa i jako teški za prosječne učenike, zbog čega će učenicima za njihovo razumijevanje biti potreban veći umni napor. Nastavnici će koristiti načela postupnosti i primjernosti kako bi smanjili teškoću i složenost (Kurnik, 2002). No, učenici će ponekad složenijim problemima i zadacima pristupiti površno i bez razumijevanja, tako da im se sve čini jasnim. Kurnik (2002), to naziva jasnoćom od nedostatka shvaćanja. Upravo radi toga nastavnici bi i kod lakših zadataka trebali isticati pozadinu nekih načina i postupaka rješavanja istih, kako učenici ne bi površno i automatski svodili slične zadatke na iste procedure, bez razmatranja specifičnosti nekih zadataka. Matematički daroviti učenici često će tražiti upravo takve probleme i isticati se po samostalnom rješavanju kompliciranijih zadataka i otkrivanju novih i drugačijih načina rješavanja istih.

- Načelo znanstvenosti

Načelo znanstvenosti u nastavi matematike sastoji se od uvažavanja matematičkih zakonitosti te pripadnih koncepata i procesa, kroz kvalitetu i zakonitosti didaktičkih modela i metoda koje se koriste u poučavanju određenih sadržaja. Upravo prema ovom načelu određene su i osnovne metode u matematici, analiza i sinteza, apstrakcija i konkretizacija, indukcija i dedukcija, generalizacija i specijalizacija te analogija (Kurnik, 2009). Nastava matematike u školama svakako treba imati kao cilj omogućiti daljnja produblјivanja, proširivanja znanja i shvaćanja matematike kako bi se ono moglo razvijati i na višoj razini.

Iako su detaljnije opisana samo neka načela, sva ova načela zajedno čine određeno jedinstvo koje mora biti ostvareno na svakom satu matematike radi čega ih je potrebno osvijestiti i u pripremi i u provođenju nastave. Prema Kurniku (2009), navedena načela su usko povezana te nije rijedak slučaj da se ostvarivanjem jednog načela ostvaruje i neko drugo, na primjer; načelom individualizacije doprinosi se primjeni načela primjerenosti. Osnovna značajka svakog načela sadržana je već u samom nazivu načela te su ona nastavnicima bliska i jasna. Ipak, tek poštivanjem tih načela na svakom satu matematike, biti će moguće ostvariti želјenu kvalitetu procesa učenja i poučavanja.

6.2. Metode u nastavi matematike

„Nastavne metode su oblici i postupci u i s kojima nastavnici i učenici pod institucionalnim okvirnim uvjetima usvajaju prirodnu i društvenu zbilju koja ih okružuje“ (Meyer, 1987, I, str.45). Metode određuju put ili redoslijed koraka u procesu poučavanja kako bi se došlo do određenog cilja. Važno je da nastava slijedi metodički organizirani proces učenja s unaprijed određenim sredstvima i ciljevima kako bi se na najučinkovitiji način došlo do želјenih rezultata i uspjeha. Uloga učitelja u provođenju metoda je stalno promišljanje i preispitivanje o načinu provedbe metoda te o poštivanju načela koja one trebaju slijediti kako bi bile primjerene učenikovim potrebama i poticajne za njihov razvoj. To se najčešće postiže onim metodama koje potiču učenikovu samostalnost, stvaralaštvo, stjecanje znanja, razvijanje sposobnosti i usvajanje vrijednosti (Jurčić, 2012).

Tehart (2001), sintezom raznih definicija nastavnih metoda izdvaja četiri dimenzije koje se pojavljuju u njegovu određenju: dimenzija „postizanja cilja“, dimenzija „susreta s predmetom“, dimenzija „pomoć u učenju“ i dimenzija „okvira“.

Iako se u nastavi matematike koristi većina metoda kao i u drugim školskim predmetima (metoda demonstracije, praktičnih radova, crtanja, pisanja, čitanja, iako je većina navedenih metoda prisutna samo u osnovnim školama a neke od njih samo u nižim razredima osnovne škole) u nastavi matematike posebno se ističu metode mišljenja i logičkog rezoniranja. Upravo zbog svog specifičnog načina razmišljanja, učenici kod kojih je izraženije logičko razmišljanje, te su im metode u nastavi matematike lako shvatljive, biti će prepoznati kao matematički daroviti učenici.

Prema načelu znanstvenosti, osnovne metode mišljenja i istraživanja u nastavi matematike su analiza i sinteza, apstrakcija i konkretizacija, indukcija i dedukcija, generalizacija i specijalizacija te analogija (Kurnik, 2009). Navedene metode, matematički darovitim učenicima, lako su primjenjive i na neki način prirodnije u načinu razmišljanja i shvaćanja nego ostalim učenicima. Zbog toga će i njihov napredak na nastavi matematike, naročito u osnovnim školama, biti znatno brži. Dok će se u srednjoj školi isticati jer će vrlo vjerojatno biti jedni od rijetkih učenika koji usvoje sadržaje na dubljoj razini tako da ih mogu primijeniti. Navedene metode dolaze u parovima, isključujući analogiju, te će se u nastavku opisati najvažnije karakteristike svakog para kako bi bilo lakše predočiti njihovu ulogu u nastavi matematike.

Analiza i sinteza

Analiza kao metoda zasniva se na izvođenje tvrdnje koje su očigledne ili već ranije dokazane, uz pretpostavku istinitosti te tvrdnje u zadatku. Dok je sinteza, kao suprotnost analizi, metoda u kojoj iz očitih činjenica i jednostavnijih tvrdnji logičkim zaključivanjem izvodimo složeniju tvrdnju (Pavleković, 2008). Iako se analiza i sinteza razlikuju u pristupu problemu, one su nedjeljive jedna od druge i nadopunjuju se odnosno čine jedinstvenu analitičko – sintetičku metodu (Kurnik, 1999). U matematici, analizom se utvrđuju odnosi u zadatku na temelju indikativnih komponenti tog zadatka, te se sljedeći matematička pravila stvara plan rješavanja istog. Sintezom se najčešće uvrštava rješenje u početni zadatak te se na taj način provjerava istinitost tvrdnje (Horvat, 2019).

Apstrakcija i konkretizacija

Iako se objekti, veličine i odnosi među njima u matematici uzimaju iz stvarnog svijeta, matematika je apstraktna znanost (Kurnik, 2000). S obzirom na to, apstrakcija i njezina suprotnost konkretizacija, posebno su važne u matematici kao znanosti a samim time i u nastavi matematike. Apstrakcija dolazi od latinske riječi *abstracto* što znači izdvajanje, izvlačenje ili odvajanje, odvlačenje. Pa se tako apstrakcija može definirati kao proces misaonog odvlačenja „općeg bitnog svojstva promatranog objekta ili pojave od ostalih svojstava, nebitnih za određeno proučavanje, i odbacivanje tih nebitnih svojstava“ (Kurnik, 2009, str. 134). Suprotno apstrakciji, konkretizacija je misaona aktivnost u kojoj se pogled usredotočuje samo na jednu stranu promatranog objekta eliminirajući veze s njegovim drugim stranama (Kurnik, 2009). Konkretizacija je manje zahtjevna vještina te je radi toga prikladna za rad s učenicima koji teže svladavaju nastavne sadržaje ili imaju teškoće u učenju. To se odnosi, na primjer, na uvrštavanje brojeva u poznate formule i izvođenje jednostavnijih algoritama (Horvat, 2019). Apstrakcija, kao nešto kompliciranija vještina, ima svoju ulogu u gotovo svim matematičkim konceptima i procesima.

Indukcija i dedukcija

Osim što je apstraktna, matematika je i deduktivna znanost, dok je matematika u nastajanju eksperimentalna induktivna znanost (Kurnik, 2000). Te dvije metode razlikuju se po ciljevima; cilj indukcije je doći do općenitosti ili općenite tvrdnje, dok je cilj dedukcije izvođenje pojedinačnih tvrdnji. Indukciju se može definirati kao rasuđivanje ili zaključivanje od pojedinačnog k općem, odnosno, proces kojim se generalizira. S druge strane, dedukcija je oblik zaključivanja pri kojemu se od općeg, konkretnog suda ili mišljenja dobiva manje općeniti, poseban odnosno pojedinačan sud (Kurnik, 2009). Indukcija i dedukcija provode se matematičkim dokazom te proizlaze iz korpusa matematičkih znanja i vještina koje su preduvjet takvom zaključivanju (Horvat, 2019).

Generalizacija i specijalizacija

Generalizacija je prijelaz s razmatranog danog skupa objekata na odgovarajuće razmatranje njegova nadskupa (Kurnik, 2000). Generalizacija je usko povezana s

analogijom, ona joj u pravilu prethodi, a osnova joj je induktivni način zaključivanja, te se njome izgrađuju općenitiji pojmovi i tvrdnje. Specijalizacija je, suprotno generalizaciji, prijelaz s razmatranja danog skupa objekata na odgovarajuće razmatranje njegova podskupa (Kurnik, 2009). Ona se koristi kada je neko općenitije svojstvo, najčešće dobiveno generalizacijom, već dokazano. Tada se specijalizacijom dobiva jednostavnije svojstvo za specijalan objekt (Kurnik, 2004). Specijalizacija ima široku primjenu u školskoj matematici te je njezina uloga u poučavanju povoljnija u odnosu na generalizaciju, budući da je generalizacija nešto složeniji misaoni proces (Kurnik, 2009).

Analogija

Pojam analogije poseban je oblik traduktivnog zaključivanja, odnosno zaključivanja kod kojeg se iz dvaju ili više sudova određenog stupnja općenitosti dobiva novi sud istog stupnja općenitosti (Kurnik, 2000). Analogija je, jednostavnije rečeno, vrsta sličnosti ili srodnosti (Pavleković, 2008). Međutim nije svaka sličnost analogija, za nju je potrebna i podudarnost objekata u određenim odnosima. Ukoliko jedan matematički pojam, koncept, procedura ili postupak, s kojim se susrećemo slični na drugi pojam, koncept ili postupak čija svojstva već poznajemo, vrlo vjerojatno ćemo novom pojmu pripisati ista ili slična svojstva koja ima poznati pojam, koncept ili procedura. Ovaj način zaključivanja naziva se analogija (Pavleković, 2008). Analogija je vrlo korisna i često se koristi u nastavi matematike jer pomaže povezati novo gradivo sa starim, odnosno upotrijebiti već poznato kako bi se svladalo ono nepoznato i pri tome razvilo stvaralačko mišljenje i kreativnost učenika.

Na kraju možemo istaknuti da je poznavanje matematike kao discipline, njezina načela i specifičnosti metodike nastave veoma važno, kako bi se na što učinkovitiji način ova specifična disciplina prenijela učenicima. Predstavljena načela, dimenzije i metode svojstvene matematici sastavni su dio didaktičkih sustava koji se koriste na nastavi matematike, te pomažu pri određenju i konkretizaciji načina rada s matematički darovitim učenicima.

6.3. Didaktički sustavi u nastavi matematike

Iako su mnoge metode i načela zajednička raznim disciplinama i školskim predmetima, didaktički sustavi koji će se u nastavku detaljnije opisati, specifični su za nastavu matematike. Neki od njih primjenjuju se češće te ne zahtijevaju posebnu pripremu ili prilagodbu dok će drugi zahtijevati više promišljanja i truda od strane učitelja i nastavnika, kako bi ispunili predviđenu funkciju i svrhu osiguravanja kvalitetnijeg nastavnog procesa.

Problemska nastava

Problemska nastava ima kao cilj osposobiti učenike za rješavanje problema koji pretežito proizlaze iz svakodnevnog života. Sadržaj problemskih zadataka ovisiti će i o razini obrazovanja, odnosno radi li se o osnovnoj ili srednjoj školi. Iako ideja problemske nastave nije nova, ona je u nastavnoj praksi prilično zapostavljena (Kurnik, 2002), te se ni danas zbog statičnosti nastavnih planova i programa iz matematike situacija nije značajnije promijenila. Problemska nastava osmišljena je na način da učenici samostalno rješavaju zadatke i tako usvajaju znanja iz matematike. Za takav način rada ih se treba primjereno osposobiti, što znači pripremiti ih za umni rad koji će kroz nastavu postepeno i postići. Takav način rada iako koristan, za učenike često može biti zahtjevan. Učenicima će biti kompliciranije svladati nova znanja, dok će učitelji i nastavnici, za ovakav način rada, trebati posvetiti više vremena pripremi materijala i razradi te organizaciji nastavnih jedinica.

Uloga nastavnika u takvoj nastavi je savjetovanje i pomaganje učenicima, ukazivanje na teorijske činjenice te vođenje završne rasprave. Rješenja i pitanja do kojih dolaze učenici, a nastavnik ih ranije nije predvidio, često im otežavaju situaciju. Zbog toga je jako važna dobra osposobljenost nastavnika matematike kako bi bili spremni snaći se u svakoj situaciji (Kurnik, 2002). S druge strane, to nas dovodi do problema individualizacije procesa poučavanja. Unutar jednog razreda možemo naići na učenike koji će brzo i s lakoćom rješavati zadatke jednako kao i na one kojima će trebati više vremena i pomoći. Radi toga u pripremi i provođenju diferencirane nastave ne bi trebao izostati niti proces individualizacije u razredu, budući da će takva nastava i individualni pristup svakom učeniku rezultirati znatno većom aktivnosti s njihove strane. Također, provođenjem diferencirane nastave, svaki se učenik osamostaljuje u radu vodeći se

svojim predznanjima i sposobnostima te se potiče divergentno mišljenje, odnosno, odabir različitih putova rješavanja problema i dolazak do vlastitih načina rješenja zadataka (Živanović, 2008).

Darovitim učenicima učenje i samostalno rješavanje zadataka u problemskoj nastavi najčešće nije problem i štoviše, oni pokazuju afinitet prema takvom načinu rada. Oni preferiraju samostalni rad te mogućnost da vlastitim razmišljanjem i zaključivanjem dođu do točnog rješenja. Upravo takvi učenici su oni koji mogu izazvati nepredvidive situacije za nastavnika jer zahvaljujući svojim sposobnostima i matematičkim vještinama mogu doći do rezultata na različite načine ili postavljati pitanja na koja ponekad ni učitelji i nastavnici možda neće imati odgovore.

Heuristička nastava

Heuristička nastava može poslužiti kao dobra zamjena za problemsku nastavu koja se mnogo puta ne može tako lako primijeniti. Često je to zbog specifičnih matematičkih sadržaja koji nisu prikladni za problemsku nastavu ili pak u situacijama kada se uvode novi pojmovi i povezuju novi sadržaji s prethodno obrađenim sadržajima. U heurističkoj nastavi samostalni rad učenika i dalje postoji ali je on smanjen a umni rad učenika razvija se nastavnikovim misaonim vođenjem. Ovaj oblik nastave počeo se koristiti već u prvom desetljeću 20. stoljeća a nastao je kao odgovor na potrebu za uvođenjem samostalnog rada učenika i smanjenjem predavačkog dijela nastave (Kurnik, 2006). Dobre strane takve nastave su njezino poticanje samostalnog rada i aktivnosti učenika. Uz nastavnikovo vođenje učenici mogu lakše razumjeti matematičke procese i sadržaje te ona potiče komunikaciju između nastavnika i učenika (slobodan razgovor i rasprava). Ono što se ističe kao negativno kod takve nastave je problematičnost misaonog vođenja svih učenika u isto vrijeme (manjak vremena i različite brzine razumijevanja sadržaja) i nemogućnost neposredne komunikacije sa svima (posebno povučenim učenicima) te manjak povratne informacije o samom sadržaju.

Ovaj oblik nastave također je povoljan za razvijanje sposobnosti i vještina darovitih učenika. Iako je nešto više ograničen od problemske nastave daroviti učenici ipak imaju priliku samostalno rješavati zadatke, bilo to uz više ili manje nastavnikove pomoći. Heuristička nastava može se koristiti na svakom satu matematike kroz jednu ili više

aktivnosti. Ono što može uzrokovati problem i nastavnicima i učiteljima, je brzina kojom će daroviti učenici slijediti nastavnikovo navođenje ili će već sami doći do rješenja, dok ostali učenici trebaju više vremena i smjernica za rješavanje istog zadatka, radi čega neće svi učenici biti jednako opterećeni. Ukoliko se nastavnici ne znaju snaći u takvim situacijama i nemaju unaprijed pripremljene dodatne sadržaje, materijale ili aktivnosti, darovitim učenicima na nastavi može postati dosadno te mogu direktno ili indirektno ometati nastavni proces, dok ostali učenici u razredu ponekad mogu biti frustrirani ili nezadovoljni svojim rezultatima. Zbog toga se može zaključiti da su i problemska i heuristička nastava dobri i korisni didaktički sustavi za rad s darovitim učenicima, ali uvijek uz kvalitetnu pripremu učitelja i nastavnika.

Matematika kroz igru

Igra je najlakši način da se učenicima približe i objasni teži sadržaj koji mnogo puta izgleda nesavladiv i nedostižan. Naročito je prikladna za učenike mlađe dobi pa će se i koristiti više u ranijem školovanju, odnosno nižim razredima osnovne škole. Ključne komponente igre su: motivacija za dostizanje cilja, poštivanje postavljenih pravila, interakcija i usvajanje novih znanja i vještina (Pušić, 2015). Kroz matematičke igre učenici izgrađuju osjećaj za matematičke vrijednosti te tako modificiraju i svoja razmišljanja. U matematičkim igrama nije najbitnije doći do točnog odgovora nego naučiti proces rješavanja, zbog čega i pogrešan odgovor može biti od koristi ukoliko nas vodi k analizi procesa rješavanja. Emocionalni stav prema igri i za vrijeme igre pozitivniji je nego prema formalnom učenju koje učenike lako dovede do zasićenja. Upravo zbog toga, takav stav u njima budi interes i motivaciju koji su poželjni i korisni u učenju i poučavanju. Ono na što nastavnici trebaju pripaziti, kada koriste igru na satovima matematike, je da ono ne postane cilj nego ostane sredstvo. Cilj sata matematike, odnosno cilj matematičke igre nije da se učenici nužno zabave niti da je jedan među njima pobjednik, nego su zabava i njihovo zadovoljstvo tek popratni elementi do kojih može ali i ne mora doći. Zbog toga nastavnici u korištenju igara trebaju razmisliti na koji je način ta igra zaista korisna te kako ista pomaže učenicima svladati procese matematičkog razmišljanja i donošenja zaključaka.

Darovitim učenicima, matematičke igre mogu biti zanimljive ukoliko im zaista predstavljaju izazov te iziskuju trud i promišljanje. Mnogo puta, igre koje učenici vole ponavljati i igrati više puta, darovitim učenicima neće biti primamljive ukoliko su ih već svladali ili su im prejednostavne. Također, nastavnici trebaju biti oprezni budući da je jedan motivirajući aspekt igre upravo pobjeda te ukoliko daroviti učenici s lakoćom rješavaju zadatke i probleme oni će pretežito biti i pobjednici svake igre, što može dovesti do odustajanja ili frustracije ostatka razreda. Zbog toga matematičke igre, koliko god se činile jednostavne za provođenje, zahtijevaju određenu refleksiju i promišljeno planiranje učitelja i nastavnika.

Učitelji i nastavnici matematike trebaju uzeti u obzir da pripremljeni sadržaj i zadaci ponekad neće biti dovoljan „izazov“ za darovite učenike. Zbog toga se smatra korisnim unaprijed pripremiti zadatke i probleme kojima će se moći baviti učenici koji lakše i brže svladaju sadržaj propisan planom i programom. Na taj način sprječava se dosada koja se ponekad može pojaviti kod darovitih učenika, jer imaju osjećaj da to već znaju ili da je zadani problem prejednostavan. Također, ukoliko ne postoji pripremljeni materijali i problemi za darovite oni neće biti dovoljno opterećeni te neće u potpunosti razvijati svoje kapacitete.

6.4. Rad s matematički darovitim učenicima

Kada govorimo o aktivnostima koje se realiziraju s učenicima koji pokazuju interes za matematiku ili su matematički daroviti, može se reći da postoji veliki broj različitih pristupa radu s darovitima, te da će se aktivnosti razlikovati s obzirom na dob, okolinu i interes učenika. Najprije je potrebno osvrnuti se na karakteristike po kojima se matematički daroviti učenici razlikuju od ostalih učenika, a što u isto vrijeme utječe na dinamiku njihovog rada ali i cijele nastave. Prema Elezović (2007) to su:

- I. Brzina kojom uče i usvajaju sadržaje (važna za povezivanje matematičkih sadržaja)
- II. Dubina njihovog razumijevanja
- III. Njihov interes za predmet (unutarnja motivacija i zanimanje koje ih potiče na rad i napredak)

Većina aktivnosti koje su u interesu matematički darovitoj djeci puno puta neće moći biti realizirane u školi tijekom redovite nastave. Što se tiče odgovora na njihove potrebe oni će, generalno, biti isti kao i za ostalu darovitu djecu (akceleracija, obogaćivanje kurikuluma ili dodatna nastava iz odabranog područja). Rad s matematički darovitom djecom, u većini slučajeva, realizira se kroz pet glavnih oblika:

- Dodatna nastava
- Matematička natjecanja
- Matematičke igre, suradničko poučavanje i projekti
- Mentorska nastava
- Centri izvrsnosti

Dodatna nastava

Iako unutar nastave nema previše prostora za proširenje samog sadržaja i drugačiji oblik rada koji bi odgovarao darovitim učenicima, aktivnosti koje odgovaraju njihovim potrebama mogu pronaći svoje mjesto u odgojno – obrazovnim ustanovama kao određene radionice, grupe, kroz dodatnu nastavu ili slično. Na taj način omogućava se učenicima sudjelovati u raznim aktivnostima koje nemaju mogućnosti ispuniti tijekom redovne nastave, odmaknuti se od sadržaja i metoda koje se primjenjuju u redovnoj nastavi te poticati učenike na intenzivniji rad i razmišljanje na višim razinama usvojenih znanja i stečenih vještina. Prema Pravilniku o tjednim radnim obavezama učitelja i stručnih suradnika u osnovnoj školi (NN broj 34/2014) dodatna nastava definira se kao poseban oblik nastave namijenjen darovitim učenicima koji pokazuju iznadprosječne rezultate u nekom području ili povećan interes za određeno područje. Ona se održava u prosjeku jedan put tjedno a grupu čini od 8 do 10 učenika. Dodatnoj nastavi mogu prisustvovati svi oni koji pokazuju pojačani interes za matematiku. Ministarstvo ne propisuje program za dodatnu nastavu i nema ocjenjivanja rada. Mišurac-Zorica i Rožić (2015), navode da je cilj dodatne nastave matematike motiviranje učenika, razvoj matematičkog mišljenja, uporaba matematike u svakodnevnom životu te popularizacija matematike. Nažalost, u praksi će se često dodatna nastava pretvoriti u dopunsku

nastavu. Budući da će nastavnici imati veću potrebu za pomoći učenicima koji teže svladavaju gradivo i sporiji su učenju, manje vremena će preostati za one koji mogu i žele naučiti nešto više. Za reći nešto konkretnije o oblicima i samoj provedbi dodatne nastave matematike u našim školama, još uvijek se nailazi na problem nedostatka informacija te je stoga moguće samo dati procjenu koliko se ona ostvaruje prema određenim kurikulumskim ciljevima.

Matematička natjecanja

Matematička natjecanja se organiziraju svake godine na različitim razinama i namijenjena su različitim dobnim skupinama. Na takvim natjecanjima sudjeluju učenici koji pokazuju pojačani interes za matematiku te vide natjecanja kao priliku za naučiti nešto novo i u isto vrijeme kao određeni izazov za već stečena znanja i vještine. To naravno mogu biti učenici koji su identificirani kao daroviti ali i oni koji su jednostavno talentirani ili vole matematiku. Natjecanja su dobra i pozitivna motivacija darovitim učenicima. Oni vole takve susrete jer se susreću sa drugim učenicima, svojim vršnjacima, s kojima dijele interese i bolje se razumiju nego možda s vršnjacima iz svog razreda ili škole (Juričić Devčić, 2017). Priprema za natjecanje odvija se najčešće kroz dodatnu nastavu (iako treba znati da natjecanje nije jedini cilj dodatne nastave), mentorski rad te izvanškolske aktivnosti na koje učenik odlazi dobrovoljno u svoje slobodno vrijeme (matematičke radionice, udruge za darovitu djecu ili centri izvrsnosti). Navedene aktivnosti kao cilj imaju pripremiti učenike za: rješavanje težih zadataka, produblјivanje nastavnih sadržaja, rješavanje zadataka s više mogućih rješenja te pronalazak novih pristupa rješavanju zadataka. Voditelji takvih priprema (bilo dodatne nastave, radionica ili mentori) mogu obogatiti njihovo učenje raznim zabavnim zadacima, preporučujući matematičke časopise, literaturu itd.

U Republici Hrvatskoj održavaju se svake godine razna natjecanja za osnovnu i srednju školu. U osnovnoj školi to su „*Klokan bez granica*“ (od 2. do 4. razreda) i domaća natjecanja: školsko, gradsko, županijsko i državno natjecanje (od 4. razreda osnovne škole do 4. razreda srednje škole). Zatim *Hrvatska matematička olimpijada* i *Međunarodna natjecanja* za srednje škole.

Za darovite učenike natjecanja mogu biti od većeg ili manjeg značaja i doprinosa za njihov razvoj te je stoga svakako poželjno učenike pohvaliti pred razredom, omogućiti

određene nagrade, objaviti rezultate na oglasnoj ploči (web stranici) ili slično, kako bi učenici cijenili svoje uspjehe, te na taj način ujedno doprinosimo i njihovom samopouzdanju koje često nedostaje (Juričić Devčić, 2017). Za darovite učenike, osim samih natjecanja od velike važnosti su i pripreme za natjecanje. Bez priprema nema dobrih rezultata na natjecanjima budući da će zadaci na natjecanju biti znatno drugačiji od onih na nastavi. Pripreme za natjecanje mogu biti i jedan oblik obogaćivanja kurikuluma koji će doprinijeti razvoju novih vještina i sposobnosti te na neki način zadovoljiti potrebe darovitih učenika.

Matematičke igre, suradničko poučavanje i projekti

Igre i školski projekti su način rada koji se češće upotrebljava u osnovnoj školi, i to u nižim razredima, dok u višim razredima osnovne škole i u srednjoj školi njihova upotreba je nešto rjeđa. Upravo zbog svojih karakteristika igra je prikladnija za djecu mlađe dobi te će kod njih imati veći utjecaj i pozitivnije rezultate nego kod starijih učenika, u višim razredima ili srednjoj školi. Nastavnica jedne osnovne škole, Tea Borković, predlaže mogući način podjele aktivnosti namijenjenih darovitim učenicima koje ona koristi u svom radu na dodatnoj nastavi. O tome je napisala i članak s temom *Suvremene metode poučavanja* (Borković, 2017). Iako ona ističe tri discipline igara, strateške, kombinatorne i prostorne, kao aktivnosti namijenjene dodatnoj nastavi, takav bi se način rada trebao smatrati prikladnim i u redovnoj nastavi, uvijek uz dovoljno promišljanja kako se može prilagoditi svim učenicima a da iste i dalje budu od koristi matematički darovitim učenicima. Ovaj argument bazira se na mišljenju da je učenje koje ponekad smatramo prikladnim samo za darovite učenike (učenje putem istraživanja, zaključivanja, produbljivanje i proširivanje znanja kroz samostalni rad...) puno privlačnije i korisnije svim učenicima te da sva djeca imaju određene sposobnosti u kojima mogu rasti jednako kao i oni koji su identificirani kao daroviti.

Matematičkim igrama nije jedina svrha uvježbavanje i automatizacija sadržaja nego su one specifične iz više razloga. Uključuju misaone vještine, ne uključuju sreću, jedna igra traje razumno kratko, ne zahtijevaju posebnu opremu, nisu dobno ograničene i nije im uvjet dobro poznavanje školske matematike (Borković, 2017). Matematičke igre su važne jer razvijaju razne vještine kao što su: interpretacija, optimizacija, analiza,

vještine kombinatorike te se mogu povezati s matematičkim idejama: izomorfizam, apstraktno mišljenje, generalizacija, dokazivanje i sl. Također, prema Cvetković-Lay (2002,) igre kod učenika rezultiraju zadovoljstvom, a razvijaju logičko-matematičku i vizualno-prostornu inteligenciju, kombinatoriku i kompetitivnost. Nakon nekoliko odigranih igara učenici ih mogu zajedno analizirati i donijeti određene zaključke matematičkih radnji i procesa koje su koristili.

Borković (2017), predlaže neke od igara koje s mogu koristiti s učenicima osnovne škole, bilo na redovnoj ili dodatnoj nastavi, te ih razvrstava u tri grupe:

- strateške: *Chomp, Hex, Dots and boxes* i *Go*
- kombinatorne: *Set, Sudoku, Hanojski tornjevi*
- prostorne: *HIQU puzzle (Pa's T-puzzle), Soma kocka, Pentomino, IQ puzzler, Tangram, Origami...*

Suradničko poučavanje temelji se na principu gdje stariji učenici poučavaju mlađe učenike. Stariji učenici pripremaju zajedno s nastavnicima zadatke, mozgalice, pitalice, igre i slično, prilagođene uzrastu i dobi mlađih učenika. Na taj način oni sami uče i razmišljaju a kasnije to znanje podijele i s mlađim uzrastima te na taj način vježbaju svoje predavačke sposobnosti (Borković, 2017). Učenicima će takav način uvježbavanja i učenja matematike uvijek biti zanimljiviji te će i komunikacija među učenicima biti neposrednija i drugačija što olakšava međusobnu suradnju te rezultira zadovoljstvom starijih i mlađih učenika. Iako Borković (2017), suradničko poučavanje opisuje i koristi samo u kombinaciji mlađih i starijih učenika i to u višim razredima osnovne škole, ono bi se moglo koristiti i unutar učionice među vršnjacima. Podijeliti ih u skupine koje će kao cilj imati osmisliti zanimljive zadatke (igre, mozgalice, pitanja itd.) za ostatak razreda. Može se provoditi kao izborna aktivnost za grupu učenika koji pokazuju veći interes za matematiku i za one matematički darovite, a može se realizirati i kao aktivnost za cijeli razred ukoliko nastavnik smatra da su učenici spremni i sposobni za takav oblik učenja. Ovakvo poučavanje prikladnije je u višim razredima osnovne škole ili u srednjoj školi.

U pripremi projekata, matematički daroviti učenici posebno će se isticati zbog svoje kreativnosti, sposobnosti analize, apstraktnog mišljenja, sposobnosti formuliranja novih

ideja, integracije i povezivanja naizgled nepovezivih sadržaja (Vlahović- Štetić, 2008). U praktičnoj darovitosti to će se vidjeti kroz njihovu mogućnost prilagodbe novim situacijama i oblikovanju okoline prema vlastitim potrebama. Sudjelovanje u školskim projektima omogućuje razvoj svih navedenih sposobnosti i vještina. Iako se osmišljavanje i provedba projekata može organizirati na različitim razinama; na razini škole, između različitih škola na gradskoj, županijskoj ili državnoj razini a mogu biti i temeljeni na međunarodnoj suradnji, ovdje se fokus stavlja na one najzastupljenije, projekti organizirani unutar jedne škole ili razrednog odjeljenja. Također projekte možemo razlikovati prema trajanju istraživanja pa tako postoje projekti koji se odvijaju tijekom cijele školske godine, polugodišta, mjesečni, tjedni ili dnevni projekti (Juranko, 2016). Prema uključenim sudionicima i oblicima rada razlikujemo individualne projekte, projekte u paru, grupi, razredne ili školske projekte. Ipak najčešći oblik rada će biti grupni rad, budući da je na taj način omogućena podjela nekog kompleksnog zadatka te se potiče i suradničko učenje. Također postoji i podjela s obzirom na namjeru projekta, gdje razlikujemo *proces projekt* kojemu je fokus na tijeku i postupku projekta a ne toliko na rezultatu i *produkt projekt* koji je usmjeren na stjecanje znanja i na sam rezultat (Kranjčev, 1985; CARDS Projekt, 2008; De Zan, 2001, prema Cindrić, 2006). Posebna karakteristika projekata jest da ideja kreće od samih učenika. Nastavnik je ovdje samo mentor koji potiče i usmjerava učenike u njihovom kreativno – stvaralačkom procesu. Puno puta učenike će trebati treba ohrabriti u realizaciji projekta jer im može nedostajati ustrajnosti ili mogu smatrati da projekt počinje gubiti smisao ako nemaju jasan i konkretan cilj (na primjer; organizirati predstavljanje drugim učenicima na nekom festivalu, danu škole, sudjelovanje na natjecanjima i festivalima matematike i slično).

Mentorska nastava

Mentorska nastava specifična je zbog svog načina rada koji je najčešće individualan ili u malim grupama, gdje učitelj, odnosno nastavnik, prilagođava sadržaj interesima i potrebama darovitih učenika. Cilj mentorskog rada i ovakvog oblika nastave je uključiti učenike u određeno stručno područje u skladu s njihovim interesima, poticati učenike na raspravu, pratiti ih i promatrati, pružajući im u takvom odnosu poticaj i potporu za razvoj njihovih potencijala i kapaciteta. Mentorska nastava pokazuje se kao kvalitetan način rada i rezultira zadovoljstvom kod darovitih učenika, upravo zato što će u

mentorskoj nastavi učitelj ili nastavnik moći posvetiti dovoljno vremena svakom učeniku, njegovim potrebama, pitanjima i razmišljanjima. Pozitivan aspekt koji doprinosi ovom načinu rada je i činjenica da učenik sam može predložiti koji sadržaji će se obrađivati, na koji način te koliko želi produbiti svoje znanje o određenoj temi (Vlahović – Štetić, 2008). Radi se o međusobnoj suradnji *učenik – stručnjak* (čije mjesto zauzima učitelj ili nastavnik), kako se učenikov interes ne bi pogrešno usmjerio, već nadopunjavao a znanje nadograđivalo. Najčešći oblik mentorskog rada u školama je izvanučionička nastava i rad na projektima, a ona se može produžiti i izvan 45 minuta redovite nastave. Također, rad s mentorima prisutan je i u centrima izvrsnosti koje daroviti učenici pohađaju u svoje slobodno vrijeme. Primjer takvog centra je centar izvrsnosti u Varaždinskoj županiji te će o njemu i načinu rada u centrima izvrsnosti biti nešto više riječi kasnije.

S obzirom na prikazane aktivnosti, koje se koriste u radu s matematički darovitim učenicima, treba naglasiti da iako oni dijele neke od karakteristika, te će im odgovarati određeni način rada i učenja, ne bismo trebali zanemariti činjenicu da su i ti učenici međusobno različiti, kao i razina njihovih sposobnosti i interesa za matematiku. Naime, oni formiraju homogeniju skupinu pa će stoga biti jednostavnije prilagoditi način rada i učenja jednoj grupi darovitih učenika nego cijelom razredu u kojem se nalaze učenici vrlo različitih sposobnosti, mogućnosti i potencijala. Jedan od mogućeg načina prilagodbe je onaj koji koristi Gardiner pri kreaciji udžbenika iz matematike. On zadatke unutar udžbenika dijeli na tri dijela. Na takav način da je prvi dio (tasters) namijenjen svima, dok je onaj dio s težim zadacima dostižan samo za 25% učenika jednog razreda. Prema tome, drugi dio (core) namijenjen je 15- 20% učenika, a to su oni darovitiji ili sposobniji učenici, dok je treći dio (extension), najkompliciraniji, dostižan samo darovitim učenicima. Na taj način materijali i sadržaji pristupačni su, prilagođeni i korisni svima.

Na samom kraju, karakteristike koje utječu na kvalitetu procesa učenja i poučavanja mogu se sažeti u ove tri točke:

1. Povezanost aktivnosti s nastavnim sadržajem koje propisuje službeni kurikulum
2. Komponente problemske i heurističke nastave kao osnove u metodama poučavanja

3. Dovoljno slobode učiteljima i nastavnicima za prilagođavanje i „otežavanje“ zadataka i problema, sukladno znanjima i mogućnostima učenika unutar jednog razreda, kako bi radili jednaki sadržaj ali prilagođen njihovim matematičkim sposobnostima

Kvaliteta procesa učenja i poučavanja ovisiti će i o stručnoj službi i njihovoj posvećenosti ovoj temi ali i o samim nastavnicima. Uloga učitelja i nastavnika od presudnog je značaja u radu s matematički darovitim učenicima te će se u idućem odlomku prikazati pregled kompetencija potrebnih za rad s darovitim učenicima.

6.4.1. Kompetencije učitelja i nastavnika za rad s matematički darovitim učenicima

U rječniku hrvatskog jezika kompetencija se definira kao *mogućnost odlučivanja, stručnosti, sposobnosti i znanja koje neka osoba ima u određenom području* (Anić, 2000, str. 423; Pranjković, 2000, str. 472; Klaić, 2007, str. 715). Hrvatski autori često se oslanjaju na strane autore, pa se tako Hrvatić i Piršl (2007, str. 396) opredjeljuju za definiciju koju navode Poole, Nielsen, Horrigan i Langan-Fox (1998), prema kojoj kompetencija predstavlja *kombinaciju znanja, vještina, stajališta, motivacije i osobnih karakteristika koje pojedincu omogućuju da aktivno i učinkovito djeluje u određenoj situaciji*. U pedagoškoj literaturi kompetencija se definira kao „profesionalna mjerodavnost visoke stručne razine, u smislu kvalitetne pedagoške izobrazbenosti i osposobljenosti učiteljstva. Osposobljenost i ovlaštenje učitelja za odgojni i obrazovni rad stečeno je pedagoškom izobrazbom i stalnim pedagoškim usavršavanjem. Pedagoška kompetentnost je suprotnost pedagoškom voluntarizmu, improvizacijama i neprofesionalizmu, a upotrebljava se i kao sinonim za pedagoški profesionalizam“ (Mijatović, 2000, 158).

S obzirom na ranije navedene potrebe i posebnosti darovitih učenika, učitelji i nastavnici u školskoj praksi, trebati će postepeno razvijati i podići razinu pedagoških kompetencija koje će im omogućiti i olakšati poučavanje tih učenika. Uvažavajući specifične karakteristike rada s matematički darovitim učenicima u problemskoj i mentorskoj nastavi, radu na projektima i sl., postavlja se pitanje koje bi kompetencije trebao posjedovati učitelj kako bi mogao pružiti pomoć i potporu darovitim učenicima te odgovoriti na njihove potrebe. Nastavnici i učitelji te njihovo profesionalno

obrazovanje i kontinuirano usavršavanje od ključne su važnosti u radu s darovitim učenicima. Njihovi stavovi, odnos prema radu i odnos s učenicima, trebaju biti otvoreni novim iskustvima i neprestanom napretku te usavršavanju i profesionalizaciji svoga rada. Sukladno navedenim specifičnostima identifikacije darovitih, nastavnik ima važnu ulogu u detekciji darovitih učenika te mu je radi toga potrebno adekvatno obrazovanje ali i stalna podrška, kako u teoriji tako i u praksi od strane stručnih suradnika u školi, a ponekad i od sveučilišnih profesora iz relevantnih područja. Iako to neće biti jedina problematika i zapreka u prepoznavanju darovitih učenika budući su u proces identifikacije uključeni i brojni drugi faktori, kao što su društveni, obiteljski, institucionalni, itd.

Dakle, učitelj treba biti spreman i voljan usvojiti nove kompetencije, znanja, sposobnosti i vještine, čak i kada će neke od tih novih vještina i znanja zadobiti u radu s darovitim učenicima, učeći i od njih o onome što možda ranije nisu znali. Učitelji i nastavnici, trebali bi darovitim učenicima pokazati različite strategije i načine rješavanja zadataka ali i ohrabriti ih da iznose svoje ideje te ih znati uvažavati (Cvetković Lay, Sekulić Majurec, 2008). Mišurac – Zorica i Rožić (2015), predlažu neke od osobina koje bi učitelji i nastavnici matematike trebali posjedovati kako bi što uspješnije poučavali svu djecu ali i matematički darovite učenike:

- Entuzijazam za poučavanje matematike
- Sposobnost da motivira, sluša učenike i uči od njih
- Sposobnost da učenje učini zabavnim
- Sposobnost razumijevanja učenikovih socijalnih, emocionalnih i obrazovnih potreba
- Razumijevanje načina razmišljanja, učenja i učenikove matematičke osobnosti
- Sigurnost u svoje sposobnosti toliko da se ne plaši rada s darovitim učenicima

Učitelj treba preuzeti i svoju ulogu mentora s učenicima u njihovom usvajanju znanja i otkrivanju novih spoznaja. Rad s darovitim učenicima uvijek je specifičan i učitelji bi se lako mogli pronaći u situaciji gdje će se osjetiti nespremni ili s nedovoljno znanja i vještina za odgovoriti na potrebe matematički darovitih učenika. No to nije razlog obeshrabrenju nego upravo suprotno, poticaj za tražiti informacije, obrazovati se i formirati kako bi bili kompetentni pomoći i tim učenicima. Iako su i učitelji i stručna

služba sve svjesniji koliko je važna dobra pripremljenost za rad s darovitom djecom, ta tema je mnogo puta na sveučilišnim studijima ili u potpunosti zapostavljena ili nedovoljno razrađena. Nikčević-Milković, Jerković i Rukavina (2017), navode kako su kolegiji iz odgojno-obrazovnog rada s darovitom djecom postali neizostavni dio kurikuluma visoko obrazovnih institucija (u obrazovanju odgojitelja, učitelja, pedagoga i psihologa). Ipak analizirajući kurikulume učiteljskih fakulteta (predškolskog odgoja i razredne nastave na Učiteljskom fakultetu u Zagrebu i Rijeci), predmeti kao što su inkluzivna pedagogija ili inkluzivni kurikulum nose tek od tri do šest ECTS bodova te samim time ne mogu obuhvatiti sve teme vezane uz djecu s posebnim potrebama za koje bi učitelji ili odgajatelji trebali biti spremni po završetku fakulteta.

S druge strane, na Prirodoslovno Matematičkom Fakultetu, na odsjeku za matematiku, nastavnički smjer, već od prve godine studija pohađa se po jedan predmet pedagoško-psihološkog usmjerenja (kao što su: *Razvojna psihologija, Psihologija učenja i poučavanja, Sociologija obrazovanja, Teorija i praksa odgoja i obrazovanja, Pedagogija, Didaktika* i slično). Većinom su to teorijski predmeti i ponekad ne rezultiraju kao dovoljna priprema za kasniji rad u osnovnim ili srednjim školama za rad s darovitim učenicima.

Na kraju, treba istaknuti vidljivu želju učitelja koji i dalje izražavaju interes za usavršavanjem u području darovitosti, međutim, pored toga često ističu manjak edukacije i obrazovanja u tom području. Navedeni interes služi kao uvjerljivi i ohrabrujući poticaj za uvođenje promjena u kurikulumu te nastavnom planu i programu, kako na učiteljskim i nastavničkim fakultetima tako i na studiju pedagogije.

6.4.2. Centri izvrsnosti – primjer Varaždinske županije

U centrima izvrsnosti darovita djeca mogu pronaći adekvatne poticaje na svoju znatiželju i potporu za razvoj u svemu onome što im školske ustanove u ovom trenutku ne mogu pružiti. Iako u Republici Hrvatskoj postoji sve više centara izvrsnosti gdje se organiziraju aktivnosti za darovitu djecu, jedan od prvih i najrazvijenijih je upravo Centar izvrsnosti u Varaždinu. Oni su sa svojim radom počeli 2002. godine iz predmeta matematike i fizike kroz dodatnu nastavu koja se odvijala u osnovnim i srednjim školama Varaždinske županije, godinu dana kasnije započeli su i s projektom dodatne nastave s nadarenim učenicima iz informatike. Ipak, analizirajući sustav rada shvatili su

da trebaju novu organizaciju i neke promjene u postojećem načinu rada. Tako su postavili ciljeve kojih se još i danas pridržavaju:

- organizirati rad učenika na jednom mjestu za osnovne i srednje škole čime se promiče generacijska solidarnost
- osigurati ravnomjerni standard opremljenosti
- omogućiti pristup i korištenje novih tehnologija
- omogućiti učenicima najbolje mentore
- stvoriti efikasan i ekonomičan sustav

Danas u mreži Centara izvrsnosti Varaždinske županije djeluje 11 centra izvrsnosti: Centar izvrsnosti za matematiku; Centar izvrsnosti iz informatike; Centar izvrsnosti za biologiju; Centar izvrsnosti za fiziku; Centar izvrsnosti za hrvatski jezik; Centar izvrsnosti za nove tehnologije; Centar izvrsnosti za kemiju; Centar izvrsnosti iz poduzetništva; Centar izvrsnosti za komunikaciju; Centar izvrsnosti za rukomet pri Gradskom rukometnom klubu Varaždin.

Ono što centri izvrsnosti nude učenicima je: timski rad, rad s vrhunskim i profesionalnim mentorima, istraživački pristup području, osigurani prijevoz učenika iz okolnih naselja do Varaždina i prehrana za vrijeme rada u Centru. Nastava se odvija najčešće subotom i to od sredine listopada do kraja ožujka.

Centar izvrsnosti u Varaždinu međunarodno je priznati projekt, postao je jedna od prvih Europskih točaka za darovite, a 2018. godine proglašen je *Europskim centrom za darovite* (European Talent Centre), za sada jedini u Hrvatskoj. Njihova želja je kroz proces identifikacije prepoznati potencijale i talente te pružiti svakom učeniku, roditeljima pa i učiteljima i nastavnicima potrebnu potporu i pomoć u radu (informacije su pronađene na web stranici: <https://www.civz.hr/etc-hrvatska/o-programu-centri-izvrsnosti/>).

Problem s kojim se susreće Centar izvrsnosti u Varaždinu kao i drugi slični centri, jest kako pratiti darovite učenike kroz dulji vremenski period te kako ih zadržati i uključiti što veći broj učenika kako bi se i oni potencijalno daroviti optimalno razvijali. U Hrvatskoj postoji sve više stručnjaka za rad s darovitom djecom ili za obrazovanje učitelja i nastavnika u ovom području. Istovremeno se otvara i sve više centara za izvrsnost („*Vjetar u leđa*“ u Zagrebu, CI u Splitsko – Dalmatinskoj županiji...) u cijeloj

Republici Hrvatskoj. Darovite učenike, kao i njihove roditelje i bližnje, treba osvijestiti i potaknuti da se priključe nekom od centara izvrsnosti te iskoriste sve mnogobrojnije prilike koje im se nude jer je lako moguće da će njihove sposobnosti i potencijali u školama biti zapostavljeni ili neprepoznati. Upravo zbog toga, odgojno-obrazovni djelatnici uz želju i interes koju imaju za pružanjem prilike svakom darovitom djetetu, trebali bi imati veću podršku odgojno-obrazovne politike u radu s darovitima. Na taj način bi im lakše omogućili rast i razvoj u njihovim vještinama, znanjima i sposobnostima, a naročito tamo gdje im se to može omogućiti bez ograničenja kurikuluma, nastavnih sadržaja te nastavnog plana i programa. U centrima izvrsnosti svi učenici imaju priliku istraživati, otkrivati te učiti na način koji njima odgovara. Također, lakše osvještavaju svoje potencijale i kapacitete kako bi otkrili neku specifičnu ili opću darovitost, te kako bi se na temelju tih kvaliteta i kompetencija lakše snalazili u daljnjem obrazovanju i budućem životu.

7. Zaključak

Ovim teorijskim pregledom literature prezentirane su opće karakteristike, sposobnosti i mogućnosti matematički darovitih učenika kao i njihove specifične odgojno-obrazovne potrebe. Jedno od prioriteta u obrazovanju darovitih učenika je svakako pitanje identifikacije i pružanje adekvatne odgojno obrazovne podrške. Iako se u osnovnim školama sve više pažnje posvećuje detekciji i radu s darovitim učenicima, u srednjim školama i tijekom daljnjeg obrazovanja ono je znatno manje zastupljeno, te se pokazuje kako je longitudinalno praćenje učenika još uvijek nedostatno i nedovoljno prisutno u sustavu odgoja i obrazovanja.

Matematički daroviti učenici isticati će se po načinu razmišljanja i interesima koje pokazuju prema brojevima, računanju i općenito u rješavanju matematičkih problema. Često će s lakoćom usvajati sadržaje koji će ostatku razreda biti teži i zahtjevniji. Zbog njihovog specifičnog načina razmišljanja koji se najčešće uočava kroz visok stupanj kreativnosti i inovativnosti u rješenjima, potrebno je prilagoditi metode rada i didaktičke sustave koji se koriste u nastavi matematike, kako bi potaknuli razvoj svih njihovih kapaciteta u tom području. Također, kako ne bi došlo do dosade i gubitka interesa, darovitim učenicima je potrebno postaviti drugačije i često zahtjevnije izazove nego ostatku razreda.

Upravo radi toga, jedan od glavnih elemenata u radu s darovitim učenicima je adekvatno obrazovanje i fleksibilnost rada učitelja, naročito u nižim razredima osnovne škole. Naime, učiteljima razredne nastave može biti zahtjevnije odgovoriti na specifične potrebe matematički darovitih učenika i pratiti njihov način razmišljanja pored učenja i poučavanja ostalih nastavnih predmeta. Upravo zbog toga, učitelji bi prije svega trebali biti spremni na diferencirano obrazovanje i poznavati specifične karakteristike darovitih učenika kako bi u praksi koristili adekvatne metode rada s darovitim učenicima. U tome važnu ulogu imaju i sveučilišni studiji za buduće učitelje, nastavnike matematike ali i stručnu službu (pedagoge ili psihologe), gdje još uvijek ima mjesta za veću zastupljenost tema o darovitim učenicima u izvedbenim planovima učiteljskih i nastavničkih studija.

U radu s darovitim učenicima, potrebno je pružiti im kvalitetnu podršku u otkrivanju i pronalaženju novih rješenja te održavanju interesa za učenjem. Učenje otkrivanjem, gdje učenici sami dolaze zaključaka, posebno je pogodno za poučavanje matematički darovitih učenika, dok je zadatak učitelja i nastavnika poticati i usmjeravati ih te omogućiti diferencirani pristup prilagođen svakome od njih.

Na temelju navedenog, potrebno je naglasiti kako svi sudionici odgojno-obrazovnog sustava trebaju biti spremni pružiti adekvatan poticaj i odgovarajuću podršku darovitim učenicima, ali i svim ostalim učenicima, s obzirom na njihove različite i specifične potrebe. No u tome im neće biti dovoljna teorijska znanja stečena na fakultetu ili već unaprijed određeni koraci i recepti iz priručnika ili drugih izvora znanja. Potrebno je upoznati svakog učenika takvim kakav je i pomoći mu na način koji mu najbolje odgovara, za što je potrebno višegodišnje iskustvo i refleksija vlastite prakse usmjerena na kontinuirano usavršavanje i profesionalni razvoj. Jer *nije dovoljno samo znati; znanje treba i primijeniti. Nije dovoljno htjeti, treba i učiniti* (J. W. Goethe).

Literatura

- Arambašić, L., Vlahović-Štetić, V. i Severinac, A. (2005). *Je li matematika bauk? Stavovi, uvjerenja i strah od matematike kod gimnazijalaca. Društvena istraživanja*. 14(6), 1081-1102.
- Bain, S. K., & Bell, S. M. (2004). *Social self-concept, social attributions, and peer relationships in fourth, fifth, and sixth graders who are gifted compared to high achievers. Gifted Child Quarterly*, 48(3), 168-178. doi: 10.1177/001698620404800302.
- Bognar, L. i Matijević M. (2002). *Didaktika, Školska knjiga*, Zagreb.
- Cindrić, M. (2006). *Projektna nastava i njezine primjene u nastavi fizike u osnovnoj školi. Magistra Iadertina* 1(1), 33-47.
- Cvetković – Lay, J. (2010). *Darovito je, što ću sa sobom? Priručnik za obitelj, vrtić i školu*. Zagreb: Alinea.
- Čudina-Obradović, M. (1990). *Nadarenost razumijevanje, prepoznavanje, razvijanje*. Zagreb: Školska knjiga.
- Del Prette, A., i Del Prette, Z. A. P. (2001). *Psicologia das relações interpessoais: Vivências para o trabalho em grupo (6th ed.)*. Petrópolis, RJ: Vozes.
- Đorđević, J. (1981), *Suvremena nastava – organizacija i oblici*, Beograd, Naučna knjiga.
- Frydenberg, E. (1997). *Adolescent coping: Theoretical and research perspective*. New York: Routledge.
- George, D. (2004). *Obrazovanje darovitih*. Zagreb: Educa.
- Gross, M.U.M. (2003). *Gifted and Talented Education*. The University of New South Wales, Australia.
- Hollingworth, L.S. (1926). *Gifted children: Their nature and nurture*. New York: Macmillan.

- Horvat, Z. (2019). *Didaktičko-metodičke kompetencije nastavnika matematike*. Doktorska disertacija. Zagreb: Filozofski fakultet.
- Jurasić, A. (2011). *Prepoznavanje matematički darovitih učenika*. Dostupno na stranici: <http://www.math.uniri.hr/~ajurasic/pred3.pdf> (30.05.2020.)
- Jurčić, M. (2012), *Pedagoške kompetencije suvremenog učitelja*, Recedo, Zagreb.
- Juričić Devčić, Marija (2017). *Matematička darovitost i rad s matematički darovitom djecom*. Zagreb: Učiteljski fakultet.
- Juranko, G. (2016). *Školski projekti: primer aktivnog učenja i poučavanja*. Diplomski rad. Sveučilište u Zadru.
- Koren, I. (2013). Povijesni osvrt na konceptualizaciju pojave nadarenosti, *Napredak: časopis za pedagošku teoriju i praksu*, 154(3), 339-361.
- Krutetskii, V.A. (1976.), *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*, University of Chicago Press, Chicago.
- Kurnik Z. (1999), Analiza, *Iz rječnika metodike*. Dostupno na stranici: <https://mis.element.hr/fajli/495/02-02.pdf> (12.10.2020.)
- Kurnik Z. (2000), Analogija, *Iz rječnika metodike*. Dostupno na stranici: <https://mis.element.hr/fajli/507/03-02.pdf> (12.10.2020.)
- Kurnik Z. (2000), Generalizacija, *Iz rječnika metodike*. Dostupno na stranici: <https://mis.element.hr/fajli/520/04-02.pdf> (12.10.2020.)
- Kurnik Z. (2000), Heuristička nastava, *Iz rječnika metodike*. Dostupno na stranici: <https://mis.element.hr/fajli/402/34-02.pdf> (12.10.2020.)
- Kurnik Z. (2000), Indukcija, *Iz rječnika metodike*. Dostupno na stranici: <https://mis.element.hr/fajli/532/05-02.pdf> (12.10.2020.)
- Kurnik Z. (2002), Problemska nastava, *Iz rječnika metodike*. Dostupno na stranici: <https://mis.element.hr/fajli/260/15-02.pdf> (12.10.2020.)
- Kurnik,Z. (2002), Načelo znanstvenosti, *Matematika i škola* 13, 102-106.

- Kurnik, Z. (2009), *Znanstveni okviri nastave matematike*, Element, Zagreb.
- Pavarino, M. G., Del Prette, A., & Del Prette, Z. A. P. (2005). Agressividade e empatia na infância: Um estudo correlacional com pré-escolares. *Interação em Psicologia*, 9(2), 215-225. doi: 10.5380/psi.v9i2.4799.
- Pavleković, M. (2008), *Metodika nastave matematike s informatikom I*. Element, Zagreb.
- Pontes de França-Freitas, M. L., Prette, A. , Pereira Del Prette Z. A. (2014). *Social skills of gifted and talented children*. Estud. psicol. (Natal) vol.19 no.4.
- Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika (1991). Dostupno na: http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/propisi/Pravilnici_15.pdf (12.04.2020.)
- Renzulli, J. S. (1986). *The three-ring conception of giftedness: A developmental model for creative productivity*. New York, Cambridge University Press.
- Robinson, N (2008). *The Social World of Gifted Children and Youth*. Oxford, Velika Britanija.
- Singer, F. M., Sheffield L. J. i R. Leikin (2017). Advancements in research on creativity and giftedness in mathematics education: introduction to the special issue, *ZDM: Mathematics Education* 49:5–12.
- Sparrow, C. (2002). *The Falkner-Skan Equation II: Dynamics and the Bifurcations of P- and Q-orbits (with H.P.F. Swinnerton-Dyer)*. J. Diff. Eqns 183, 1-55.
- Strugar, V. (1988). *Nadareni učenici u procesu obrazovanja*. Zagreb: Zavod za prosvjetno-pedagošku službu SR Hrvatske.
- Tannenbaum, A. J. (1983). *Gifted children: Psychological and educational perspectives*. New York, Macmillan.
- Terhart, E. (2001), *Metode poučavanja i učenja*. Educa, Zagreb.
- Tourón, J. i Reyero, M. (2000). Mitos y realidades en torno a la superdotación. En L. Almeida; E.P. Oliveira y A.S. Melo (Coords.). *Alumnos sobredotados*:

contributos. para asua identificação e apoio (pp. 19-27). Braga, Portugal: ANEIS.

- Vizek-Vidović, V., Vlahović-Štetić, V., Arambašić, L., Slaviček, M. (1997). Konativne i emocionalne karakteristike matematički nadarene i prosječno sposobne djece. *Društvena istraživanja : časopis za opća društvena pitanja*, 6(4-5 (30-31)), 619-634.
- Živanović, S.B. (2008), *Primjena diferenciranih zadataka u nastavi biologije*. *Metodički ogledi* 15 (2008) 1, 83 – 97.